

Avis concernant la place et l'enseignement des mathématiques en France

Résumé et plan de l'Avis¹

Malgré des succès spectaculaires dans le domaine de la recherche, la situation de la France en mathématiques est alarmante (p.2).

1. Les mathématiques remplissent plusieurs fonctions essentielles (p.3). Elles sont utiles dans la vie courante et indispensables à l'exercice de nombreux métiers (p.3). Elles contribuent à préparer le futur citoyen (p.4). Pourtant, les mathématiques paraissent frappées de handicaps dans la société française contemporaine (p.4).

2. Les défis majeurs auxquels la société doit faire face ne pourront être relevés sans l'aide des technologies et par conséquent des mathématiques et des sciences en général (p.5). Des exemples tirés de l'histoire montrent l'apport considérable des mathématiques (p.6). Des exemples peuvent aussi être pris dans le présent le plus critique (p. 6 et annexe 1, p.22).

3. L'enseignement des mathématiques, comme celui des sciences et de la technologie, est à refonder dès l'école primaire (p.7). Le rôle des professeurs des écoles et des enseignants en mathématiques, mais aussi en sciences et en technologie, est essentiel ; leur formation est à revoir en profondeur (p.8). Le traitement des hétérogénéités de niveau en mathématiques (mais aussi en sciences) doit être renforcé (p. 10). Les options pédagogiques pour l'enseignement des mathématiques sont à reconsidérer (p. 11). Les apports des neurosciences sont à valoriser dans la classe (p. 12 et annexe 2, p.33). Le numérique pour enseigner et apprendre les mathématiques doit trouver sa place (p.12). La lancinante question de l'interdisciplinarité, mal vécue dans les établissements, doit être repensée (p.13). Après une dérive constatée au cours des dernières décennies, il conviendrait de retrouver un niveau d'exigence qui soit à la hauteur des enjeux évoqués (p.14).

4. Des mesures correctrices doivent être prises sans tarder au niveau du lycée général (p.16). Un imaginaire répulsif des mathématiques peut apparaître précocement. Il convient de le remodeler au plus tôt (p.16). La réforme du lycée général (2019) et du baccalauréat (2021) a montré des limites (p.17). Il convient d'abord de respecter tout au long de la scolarité le principe des « fondamentaux » (p.17). Une première option pourrait être le retour au système des séries (p.17). Une seconde option pourrait être un aménagement progressif, mais engagé très rapidement, de la réforme de 2019 (p. 17). Quelle que soit l'option retenue, il demeure au moins deux exigences (p.19).

Après une conclusion (p.19), **les principales recommandations** de l'Académie des technologies sont regroupées à la fin de l'Avis (p.20). Les repères bibliographiques sont mentionnés en annexe 3 (p.35). La liste des membres du groupe de travail de l'Académie des technologies et des remerciements closent ce document (p.36).

¹ Avis voté par l'Académie des technologies le 14 juin 2023.

En 2022, au moment même où les médias se faisaient l'écho de la chute continue du niveau des jeunes en mathématiques et de la réduction de la place de cet enseignement dans les programmes du lycée général, une fois encore, un Français recevait la médaille Fields et, simultanément, un classement international thématique (Shanghai) plaçait des universités et des écoles françaises au plus haut niveau mondial en mathématiques.

= Malgré ces succès spectaculaires, la situation de la France en mathématiques est alarmante. Les enquêtes internationales² portant sur le niveau scolaire en mathématiques s'accordent, en effet, sur le constat des faibles résultats des jeunes Français ; elles placent la France parmi les pays de l'OCDE dont le niveau en mathématiques est le plus faible. Les études nationales confirment cette situation³. Les enquêtes successives montrent une dérive qui débute dans les années quatre-vingt. Il y a là une situation qui paraît paradoxale.

Le constat fait à propos des mathématiques est aussi valable pour les sciences et les technologies⁴. Une perte d'intérêt pour les mathématiques et pour les sciences est aussi observée dans plusieurs pays d'Europe, notamment en Allemagne et au Royaume-Uni⁵.

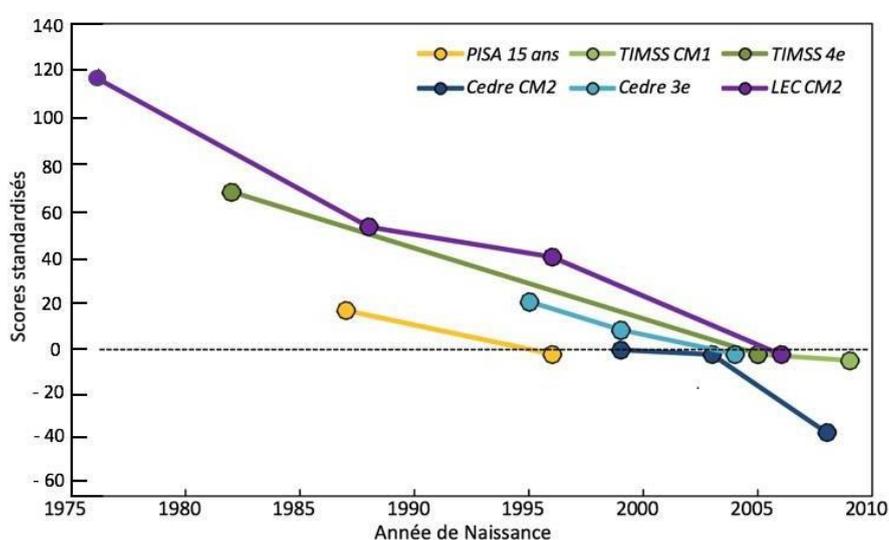


Figure N°1 : Résultats en mathématiques des élèves français selon différentes évaluations⁶

Ce schéma, fondé sur des moyennes, dissimule des écarts croissants entre les premiers et les derniers déciles, assez bien corrélés aux catégories professionnelles des parents, occulte ainsi un éclatement de la sphère scolaire où, globalement, les niveaux ont décliné.

² Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) de l'Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Programme for International Student Assessment (PISA) de l'OCDE. Même si les critères d'évaluation (qui, du reste ont évolué dans le temps) peuvent être critiquables et se trouvent en décalage par rapport à nos pratiques pédagogiques ou d'évaluation, il n'en demeure pas moins que ces classements sont devenus des références internationales (comme ceux de Shanghai pour les universités), des points de repère mondiaux.

³ Evaluations Cédre et évaluations Repères de la Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP). Voir quelques études citées dans les repères bibliographiques de l'annexe 3.

⁴ Également pour le français.

⁵ Audition du professeur de mathématiques Friedrich GÖTZE (*Nationale Akademie der Wissenschaften Leopoldina*) et du professeur de géophysique Steve SPARKS (*Royal Society*) par le Comité sur l'enseignement des sciences de l'Académie des sciences le 14 mars 2023. Par ailleurs, le premier ministre britannique a annoncé (17 avril 2023) qu'il voulait que le Royaume-Uni mette fin à son « *anti-maths mindset* » pour contribuer à la croissance économique et au développement numérique. Il envisage un plan qui permettrait à tous les élèves du pays d'étudier « *some form of maths up to the age of 18, without making A-Level compulsory* ».

⁶ Lecture : Les élèves nés en 1976 ont obtenu un score standardisé de 120 % à l'enquête LEC (lire, écrire, compter) en CM2. Sources : DEPP-MENJS, IEA et OCDE. Repris par le Conseil d'analyse économique : *Baisse de la productivité en France : échec en « mathématiques » ?* - Focus N° 091-2022 de septembre 2022.

Il convient de tirer tous les enseignements des classements internationaux (PISA, TIMSS...) et des études nationales, principalement celles de la direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP) et de déployer sur le terrain des actions ambitieuses de redressement de la situation.

Nota : il est fait référence dans cet Avis aux cycles structurant les parcours scolaires. Pour mémoire : le cycle 1 correspond à l'école maternelle, avec ses trois sections ; le cycle 2 inclut le CP, le CE1 et le CE2 ; le cycle 3, à cheval entre école élémentaire et le collège, correspond au CM1, au CM2 et à la 6^e ; le cycle 4, au cœur du collège, cycle critique, inclut la 5^e, la 4^e et la 3^e.

1. Les mathématiques remplissent plusieurs fonctions essentielles.

Je n'hésite pas à dire que les mathématiques méritent d'être cultivées pour elles-mêmes et que les théories qui ne peuvent être appliquées à la physique doivent l'être comme les autres. Henri POINCARÉ⁷

Les mathématiques, par l'universalité de leur langage, font partie de la culture commune de l'humanité. Les concepts, les outils, les modèles mathématiques ont permis de mieux connaître, comprendre et simuler l'environnement terrestre, les phénomènes observés, l'univers. Les mathématiques ont été à l'origine de nombreuses avancées scientifiques, technologiques dont certaines ont des retombées sociétales majeures (cas de la santé, par exemple). Les mathématiques demeurent essentielles, à notre époque, dans la compréhension du monde et pour le progrès des sciences et des technologies. Elles le sont notamment pour le premier des défis à relever, c'est-à-dire la transition écologique et climatique (ce point sera repris plus loin). La majeure partie des abstractions, des modélisations, des simulations est fondée sur une formulation mathématique.

1.1. Les mathématiques sont utiles dans la vie courante et indispensables à l'exercice de nombreux métiers.

Une éducation mathématique à la fois théorique et pratique (...) peut exercer la plus heureuse influence sur la formation de l'esprit. Nous pouvons ainsi espérer former des hommes ayant foi dans la raison et sachant qu'il ne faut pas chercher à biaiser ; face à un raisonnement juste, on n'a qu'à s'incliner. Emile BOREL⁸

Les mathématiques sont un outil incontournable de la vie courante. Le sens du quantitatif, des ordres de grandeur, le calcul mental, la maîtrise de connaissances élémentaires, en arithmétique, en géométrie, en statistiques, sont utiles dans la vie de chacun, qui doit donc accéder à une certaine maîtrise de bases mathématiques.

L'enseignement des mathématiques doit permettre aux jeunes⁹ de se préparer dans de bonnes conditions à des formations à vocation professionnelle (chercheurs, ingénieurs, techniciens...) ayant des besoins différenciés en connaissances et compétences mathématiques¹⁰.

Le cas des ingénieurs est à mettre en lumière. Les mathématiques sont un outil essentiel de l'ingénieur tout au long de sa vie professionnelle, particulièrement une composante irremplaçable de sa formation en France. La qualité des ingénieurs français, révélée par de grandes réalisations technologiques et industrielles, est notamment fondée sur une capacité d'abstraction et de modélisation reconnue internationalement. Cette qualité est une condition indispensable à l'amélioration de la compétitivité de l'industrie et des services à contenu technologique et de leurs capacités d'innovation, mais aussi à la renaissance escomptée d'une industrie résiliente en France. Ces défis ne pourront être relevés à l'horizon 2030, qualitativement et quantitativement, dans le contexte d'une baisse continue du niveau mathématique national et du retour d'une certaine stabilité des flux d'étudiants se préparant à des études d'ingénieur

⁷ Sur les rapports de l'analyse pure et de la physique mathématique. Revue Acta Mathematica, 21 (1897).

⁸ Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire. Revue générale des sciences pures et appliquées, 15. (1904). Emile BOREL, mathématicien, médaille d'or du CNRS, a notamment été le fondateur en 1922 de l'Institut de statistique de l'université de Paris (ISUP).

⁹ Ainsi qu'aux adultes en formation pour une requalification.

¹⁰ Depuis la formation générale d'un CAP industriel jusqu'à la formation qui prépare à un doctorat en mathématiques.

après une hausse significative du nombre d'ingénieurs diplômés ces dernières décennies. La France diplôme environ 43000 ingénieurs par an, plusieurs études estiment qu'il en faudrait au moins 50000 dès à présent et plus encore (60000 ?) à l'horizon 2030¹¹. Les diplômés de masters scientifiques et technologiques pourraient permettre de réduire le déficit, sous diverses conditions (réalisation de stages en entreprises, entraînement à la conduite de projets, évolution des pratiques de sélection et d'embauche de certaines entreprises...).

L'enseignement mathématique devrait donc poursuivre ce double objectif : donner à tous une bonne culture mathématique pour gagner en autonomie de pensée, de jugement... et donner à ceux qui s'orientent vers des formations et des métiers nécessitant un niveau approprié en mathématiques, la possibilité de l'atteindre¹².

1.2. Les mathématiques contribuent à préparer le futur citoyen. Les mathématiques sont aussi une école de pensée. La culture mathématique est faite de rigueur dans le raisonnement, de logique dans la démarche. Par ailleurs, les mathématiques, par leur pratique, apportent une capacité d'abstraction et de formulation qui nécessite une cohérence intellectuelle. Avoir des raisonnements structurés (exemple : faire une démonstration) requiert attention, concentration, approfondissement. Progresser en mathématiques suppose constance et persévérance, ce sont des qualités universelles.

Les mathématiques, comme toutes les sciences, forgent aussi une éthique. L'objectivité dans l'analyse d'un problème, l'acceptation d'une contradiction, qui n'est ici pas vécue comme une agression, la recherche de son dépassement sont des qualités dont les débats publics pourraient s'enrichir. Il faut ajouter à cela que les consultations (ou les *conventions*) citoyennes gagneraient en crédibilité et en indépendance si les participants avaient une meilleure culture scientifique, technologique et donc mathématique.

1.3. Pourtant, les mathématiques paraissent frappées de handicaps dans la société française contemporaine. Les difficultés rencontrées par nombre d'élèves en mathématiques génèrent anxiété, désintérêt, inhibition, rejet, selon les cas. Des incompréhensions apparaissent dès l'école primaire mais le moment du basculement se situerait en classe de 4^e, les élèves montrant alors des retards quasiment irrattrapables – du moins dans le contexte actuel – qui provoquent leur désengagement. Leur renoncement naîtrait d'un défaut de perception de l'utilité des mathématiques et d'un manque de *pratique encadrée*. Il serait aussi provoqué par un décalage entre l'exigence de rigueur, d'attention, d'effort intellectuel, d'approfondissement que nécessitent les mathématiques, et les pratiques de *butinage* et de *braconnage*¹³ que beaucoup de jeunes déploient sur *la toile* et qui rejaillissent sur leurs comportements scolaires et leurs apprentissages.

La place que les mathématiques occupent encore dans bon nombre de processus de sélection paraît à beaucoup injuste ou disproportionnée. Cette « injustice » est particulièrement ressentie dans les classes sociales les moins favorisées. Pourtant, contrairement à des disciplines littéraires ou à certaines épreuves (exemple : oral d'examen ou de concours) où la maîtrise de codes sociaux et culturels a une influence sur les comportements et donc sur les résultats, il n'en va pas de même en mathématiques (ni en sciences ni en technologie, du reste) ; elles ne devraient donc pas pâtir d'un effet culturel de « classe sociale ». Un conditionnement social, familial, institutionnel est assurément à l'œuvre.

Enfin les mathématiques portent le handicap d'une discipline qui serait genrée. Dans l'imaginaire collectif, souvent celui des parents, parfois encore celui des enseignants, les filles ne seraient globalement pas destinées aux études mathématiques, ni du reste aux études scientifiques et technologiques en général (hors *sciences de la vie et de la Terre*). Cette identité sociale attribuée aux filles ne repose sur aucun fondement robuste. Il n'y a pas de déterminisme, démontrent les neurosciences, mais un réel conditionnement. Les jeunes filles manquent souvent de *modèles* et le stéréotype s'autoalimente en cours de scolarité (ce point est repris plus loin). Face à ce problème culturel, la solution viendra probablement d'actions au spectre large, dans une démarche systémique et coordonnée, dans la durée, à fréquence soutenue pour marquer les esprits, mais appropriée pour ne

¹¹ Voir, par exemple, *INGÉ'2030* sur le site du Syntec-Ingénierie : www.syntec-ingenierie.fr

¹² Les domaines et niveaux requis de mathématiques sont divers selon les emplois tenus dans les services à haut contenu technologique, l'industrie, les institutions financières, les cabinets d'architecture, les cabinets d'études sociologiques ou d'opinion, etc. Mais une réponse appropriée doit être trouvée dans le parcours scolaire et particulièrement au cours des deux dernières années, les classes de 1^e et terminale (voir plus loin la 4^e partie).

¹³ Selon les mots de Serge TISSERON, psychiatre, membre de l'Académie des technologies.

pas rendre la communication surabondante et donc contre-productive¹⁴.

Il y a une réalité statistique¹⁵. Les filles sont moins confiantes en elles que les garçons en mathématiques. Ce doute se fonde très tôt, dès les toutes petites classes. A l'entrée au cours préparatoire (CP), les filles ont une maîtrise similaire à celles des garçons en mathématiques (calcul). Un an après, à l'entrée en CE1, les filles ont une maîtrise inférieure en mathématiques¹⁶. Statiquement mesuré sur des échantillons robustes par la DEPP, le phénomène amorcé au CP se prolonge et s'amplifie tout au long de la scolarité. Il est donc important de s'arrêter sur ce premier niveau de l'école élémentaire, origine du phénomène de genre en mathématiques. **Que se passe-t-il en CP ?**

Le ministère de l'Éducation nationale est conscient de cette situation. Un récent rapport de l'inspection générale, adressé à trois ministres (dont celui de l'Éducation nationale), sur *l'égalité filles – garçons en mathématiques*, « destiné avant tout aux professeurs de mathématiques », analyse la situation, en inventorie des causes, et dégage des solutions possibles qui relèvent pour la plupart de pratiques dans la classe, de pédagogie. Ce sont des préconisations¹⁷.

Il est suggéré d'analyser les phénomènes ou comportements à l'œuvre dans les premiers niveaux de l'école élémentaire, singulièrement dans les classes de CP, et d'en tirer toutes les conséquences.

Il est recommandé de faire plus souvent témoigner en classe (notamment au cycle 4) des professionnels, femmes et hommes, sur la place des mathématiques, des sciences, de la technologie, des techniques, dans l'exercice de leurs professions. Il est préconisé de recourir chaque fois que possible à des interventions de professionnelles¹⁸.

Dans notre société, la promotion des mathématiques auprès des élèves, de leurs parents, du grand public est indispensable. Des références historiques mais surtout des réalisations actuelles, et mises en perspective, pourraient y contribuer. La 2^e partie de l'Avis est consacrée à des applications concrètes des mathématiques, associées aux autres sciences.

2. Les défis majeurs auxquels la société doit faire face ne pourront être relevés sans l'aide des technologies et, par conséquent, des mathématiques et des sciences en général¹⁹.

Des défis considérables sont à relever au cours du XXI^e siècle. Ils concernent le climat, les énergies,

¹⁴ Il existe déjà des outils et des initiatives, assez nombreux, pour faire découvrir aux filles l'étendue des possibilités et la richesse de parcours scientifiques. Des associations comme *Femmes et mathématiques* ou *Femmes & sciences* sont très actives. Cela ne paraît pas suffisant. L'Académie des technologies a ouvert un chantier sur le thème des relations des filles avec les sciences et les technologies. Elle a mis en lumière des parcours de *Femmes de tech* sur son site www.academie-technologies.fr

¹⁵ DEPP. *Les filles moins confiantes que les garçons (...) sur leurs performances en mathématiques*. Note d'information N°23.24 (juin 2023).

¹⁶ Ce qui n'est pas le cas en français. Voir *Filles et garçons sur le chemin de l'égalité, de l'école à l'enseignement supérieur*, une étude publiée par la DEPP (2022).

¹⁷ Rapport de l'inspecteur général Xavier GAUCHARD, *Egalité filles – garçons en mathématiques* (février 2023). Il sera intéressant de connaître les suites données par l'institution à ce document et ses retombées concrètes dans les classes.

¹⁸ Il existe un dispositif *1 scientifique, 1 classe, chiche !* qui, lancé en 2019, a pour vocation « d'organiser des rencontres entre élèves de seconde et scientifiques du numérique (Inria, Cnrs, universités, écoles d'ingénieurs...) pour sensibiliser aux sciences du numérique et susciter la curiosité envers ces sciences ; bousculer des stéréotypes sur le métier de scientifique ou d'experts et expertes en sciences et technologie du numérique ; susciter des vocations notamment chez les filles et ouvrir le champ des possibles pour les choix d'orientation ». Il serait intéressant d'en faire un bilan approfondi, après environ quatre années de mise en œuvre, avant un éventuel élargissement à d'autres territoires (hors des aires urbaines des grandes villes, par exemple), à d'autres spécialités scientifiques et à d'autres niveaux d'études. Les mathématiques devraient y être mieux mises en exergue. Des parcours de femmes scientifiques devraient y être particulièrement mis en valeur.

¹⁹ Nombre de grands défis seront aussi relevés par des changements de pratiques et de comportements des humains, en particulier dans les pays les plus avancés.

l'alimentation, la santé publique, l'urbanisation, la mobilité, l'éducation... Ils concernent aussi, en Europe et particulièrement en France, la compétitivité des entreprises et la souveraineté industrielle. Certains défis sont interdépendants et les réponses sont liées. Nombre de ces défis requièrent des avancées et/ou des combinaisons nouvelles dans les champs des technologies et font appel aux sciences, particulièrement aux mathématiques.

Pour relever les défis auxquels elle est confrontée, la France doit former plus de chercheurs, d'ingénieurs, de techniciens.

2.1. Des exemples tirés de l'histoire montrent l'apport considérable des mathématiques. De l'histoire de l'humanité remontent des exemples, nombreux, où les progrès des sciences et des technologies (ou des techniques) n'ont été rendus possibles que par l'apport des mathématiques.

L'histoire récente révèle une multitude de liens entre ces domaines du savoir et du savoir-faire. C'est incontestablement grâce à la modélisation et l'algorithmie (souvent basée sur des raisonnements mathématiques) que des avancées scientifiques et technologiques spectaculaires ont pu être réalisées. Les exemples sont fort nombreux²⁰. Beaucoup l'ignorent. Les mathématiques sont, en effet, *cachées* dans de multiples systèmes touchant le grand public : recherche d'un plus court chemin par GPS, correcteur orthographique ou traducteur automatique, moteurs de recherche, production automatique de textes, analyse d'images médicales...

2.2. Des exemples peuvent aussi être pris dans le présent le plus critique. Les défis à relever sont considérables, comme il a été dit, dans les domaines de l'énergie, du climat, de la mobilité, de l'alimentation, de la santé, de la sécurité, de la maîtrise des systèmes complexes... Pour approfondir, en les illustrant, les liens entre des défis sociétaux et/ou économiques et/ou méthodologiques à relever et les apports des technologies, appuyées sur les sciences et les mathématiques, des exemples de natures différentes sont présentés en annexe 1 du présent Avis :

= Limitation du changement climatique et écologie

1. économies d'énergie et changement climatique, les comportements des acteurs,
2. variabilité des systèmes naturels et transition écologique,
3. stockage du CO₂ en aquifère salin à l'échelle de la gigatonne,
4. perspectives du captage du CO₂ direct dans l'air,

= Industries compétitives et décarbonées

5. conception des avions du futur,
6. modélisation, simulation, outils incontournables pour l'énergie nucléaire du futur,
7. production de composés chimiques par biologie de synthèse,

= Alimentation saine et système de santé plus efficace

8. système alimentaire de qualité
9. traitement d'un ensemble pathologique,

= Informatique et numérique au service de la société et de l'économie

10. Automatisation et contrôle de systèmes critiques, qualification et certification,
11. Formalisation par *sémantique* des langages de programmation,
12. modélisation mathématique, simulation numérique et jumeaux numériques,
13. apprentissage en IA, analyse et traitement de grandes masses de données,
14. aide à la décision,
15. architecture, mathématiques et informatique

Ces différents exemples (il pourrait y en avoir de nombreux autres dans ces domaines et dans d'autres) montrent que relever des défis majeurs de notre temps passe par une intrication des technologies et des sciences ; **les mathématiques en constituent le fondement commun**. Cela doit être connu du plus grand nombre.

²⁰ On pourra se reporter à l'ouvrage *European Success Stories In Industrial Mathematics* (Springer, 2011) qui recense de nombreux projets industriels contemporains ayant bénéficié d'apports mathématiques significatifs et où l'informatique a permis des transitions rapides et robustes entre le niveau des concepts mathématiques et le niveau des applications. Depuis dix ans, des exemples nouveaux sont venus confirmer l'impact des mathématiques sur la réussite industrielle.

Pour le grand public, il convient de multiplier les actions de communication où seraient montrées les contributions actuelles et potentielles de la technologie et des sciences – dont les mathématiques sont le fondement – au traitement des grands enjeux auxquels l’humanité, l’Europe et la France doivent faire face, chacune à son échelle.

Pour le système scolaire, la première conséquence est l’exigence d’un enseignement renforcé des technologies et des sciences, dont les mathématiques. La deuxième conséquence est l’imbrication pédagogique nécessaire de ces champs disciplinaires, à des moments propices, mobilisant des équipes enseignantes multidisciplinaires, bien au-delà de ce qui se pratique aujourd’hui²¹. La troisième est un renforcement de la communication vers les élèves, notamment au cycle 4, et leurs parents, concernant la place des mathématiques dans la société, l’économie (industries, services, artisanat...), dans la recherche...

La 3^e partie de l’Avis décline ces réflexions sur le système scolaire. Elle est la plus longue des quatre parties, reflétant en cela les grandes préoccupations, voire inquiétudes, de l’Académie des technologies concernant l’enseignement des mathématiques (ainsi que des autres sciences et de la technologie) dans le contexte actuel de l’École et les conséquences, pour la société et l’économie, de son affaiblissement.

3. L’enseignement des mathématiques, comme celui des sciences et de la technologie, est à refonder dès l’école primaire.



Figure N°2. Performances en classe de CM1, avec intervalles de confiance (TIMSS 2019 et DEPP)

On a pu noter de légères améliorations ces dernières années (études DEPP) mais la France part de très bas comme le montre la dernière étude TIMSS (figure N°2). Les retards s’installent dès les petites classes. Les mathématiques sont ici essentiellement du calcul. Le « travail » à faire commence dès

²¹ Point abordé dans la partie suivante de ce document.

l'école primaire.²² Même si ses effets ne pourraient être ressentis que quelques années plus tard, **il est urgent d'engager un important chantier avec une grande ambition.**

L'accompagnement précoce des élèves en difficulté est à renforcer²³. Les enseignants y seraient mieux préparés. L'objectif principal ici est de ne pas laisser s'installer des décrochages dès les premiers niveaux du primaire²⁴.

Le ministère de l'Éducation nationale a pris la mesure de la situation. Les circulaires et les dispositifs ne manquent pas. « Une nouvelle dynamique pour les mathématiques » se dessine²⁵. Les principes de renforcement de « la place des mathématiques de l'école au lycée » ne peuvent que susciter l'adhésion. Le *Plan mathématiques* pour les professeurs des deux degrés, lancé en 2018, présente des originalités et paraît correctement piloté. Mais, les moyens affectés restent limités et le dispositif (comme la plupart des actions envisagées par le ministère) repose sur le volontariat des enseignants.

Des questions de nature stratégique se posent alors : est-ce qu'un système peut procéder à un redressement spectaculaire de sa situation sur la base du volontariat de ses acteurs ? La sociologie des organisations n'y répond pas favorablement ou met des conditions. Ne faudrait-il pas alors un sens de la mission plus clair, mieux établi et plus partagé, et que soient respectées certaines conditions de qualité du management et du climat social qui transcendent les comportements individuels ? Selon des associations d'enseignants et divers acteurs du système interrogés, ces conditions ne paraissent pas actuellement remplies. Le volontariat trouve là ses limites.

Par ailleurs, des mesures prises dernièrement dans des conditions discutables, paraissent mal adaptées, tant dans leurs positionnements que dans leurs dimensionnements. Les ajouts récents (une heure de mathématiques et de français en 6^e, au détriment d'une heure de *sciences et technologie*, une heure trente optionnelle de mathématiques dans le tronc commun de 1^e de la voie générale) ne seront pas en mesure de modifier la situation très préoccupante de l'enseignement des mathématiques²⁶.

Une instabilité de la politique du ministère est aussi un obstacle au redressement de la situation²⁷.

3.1. Le rôle des professeurs des écoles et des enseignants en mathématiques, mais aussi en sciences et en technologie, est essentiel ; leur formation est à revoir en profondeur. L'adaptation des corps professoraux aux situations rencontrées dans les établissements et aux défis pédagogiques à relever renvoie aux processus de recrutement et de formation des enseignants et d'abord au renforcement de l'attractivité de leur métier.

L'objectif premier d'une politique de formation – faut-il le rappeler – est de permettre aux enseignants (nouveaux ou pas, titulaires ou contractuels) d'améliorer leurs enseignements, de faire évoluer leurs approches pédagogiques, voire de les transformer compte-tenu des profils des élèves et des avancées dans la didactique des mathématiques, notamment grâce aux apports des sciences cognitives et des

²² Il faut souligner que la multiplication des classes à double niveau ne favorise pas la progression des élèves du primaire et que les effets de la réduction des devoirs écrits à faire à la maison, n'a jamais été vraiment évaluée. La dernière initiative, « Devoirs faits » au collège, doit encore faire ses preuves.

²³ Des dispositifs comme « Vacances apprenantes » pour tous les élèves ou « Devoirs faits » pour ceux du collège pourraient apporter des éléments correctifs, en fonction de leur développement sur le terrain, c'est-à-dire des moyens affectés et du nombre de volontaires pour l'encadrement. D'autres actions seront évoquées plus loin.

²⁴ On revient sur ce point au paragraphe 3.7.

²⁵ Voir la note de service du 10 janvier 2023 de la direction générale de l'enseignement scolaire dans le bulletin officiel du 12 janvier 2023 : *Une nouvelle dynamique pour les mathématiques*.

²⁶ « Pour tous les élèves des classes de sixième, une heure hebdomadaire de soutien ou d'approfondissement en français ou en mathématiques (est ajoutée) en fonction de leurs besoins » (arrêté du 7 avril 2023 modifiant l'arrêté du 19 mai 2015 relatif à l'organisation des enseignements dans les classes de collège). Dans quelle mesure 36 heures qui seraient allouées à du soutien dans ces deux disciplines en 6^e pourraient-elles « compenser » ce qui n'a pu être fait au cours des 2500 heures précédentes d'enseignement dans ces deux disciplines ? Une question similaire peut se poser à propos d'une heure trente de mathématiques ajoutée en 1^e générale, soit 54 h de « consolidation » et de « réconciliation » sur une année après avoir suivi jusqu'en 2^{de} incluse près de 1600 heures de mathématiques.

²⁷ Le *Plan Sciences et technologie* qui visait les professeurs des écoles, à peine annoncé en 2022, a été remis. Il s'est transformé en « renforcement de l'enseignement de sciences et technologie à l'école primaire » sans moyen autre que la nomination de *référents sciences et technologie*, un réseau d'inspecteurs déjà en place sur d'autres missions dans les académies et les départements. Cette instabilité de la politique ministérielle est abordée plus loin à propos des enseignements pratiques interdisciplinaires (voir le paragraphe 3.6).

technologies numériques.

La baisse de niveau de la France dans les évaluations internationales (puis nationales) remontant à plus de 30 ans, les professeurs aujourd'hui en exercice ne peuvent pas être tenus pour responsables de la situation actuelle. **C'est tout le système qui est interpellé**, au-delà de quelques actions correctrices ponctuelles, avec son organisation centralisée, ses pratiques de management, ses dispositifs de formation, ses théories pédagogiques, installés depuis des lustres... ; ses moyens budgétaires globaux ramenés au nombre d'élèves (ou ramenés au PIB) n'étant pas en décrochage par rapport à ceux des principaux pays européens.

Tout commence à l'école primaire avec les premiers décrochages des élèves et les premiers signes de renoncement aux exigences des programmes. La formation initiale des professeurs des écoles, majoritairement d'origines littéraires, n'est pas adaptée pour relever les défis actuels de l'enseignement des mathématiques. C'est aussi vrai pour les enseignements de sciences et technologie²⁸.

Le ministère de l'Éducation nationale, notamment grâce à la direction du numérique éducatif, met en place des assistants pédagogiques pour les professeurs des écoles (exemple : *Adaptativ'Math* pour le cycle 2, avec 8000 exercices proposés) ou bien, pour les élèves, des logiciels éducatifs (exemples : *Mathia* ou *Smart Enseigno* pour le cycle 2). Il sera intéressant de voir combien de professeurs des écoles s'en emparent puisque leurs usages – selon la tradition du ministère – ne sont que suggérés.

La qualité des enseignements de mathématiques, de sciences et de technologie suppose une ambitieuse politique de formation initiale et continue dans ces disciplines, d'abord pour les futurs professeurs du 1^{er} degré dans les INSPE²⁹ et pour les professeurs en exercice (1^{er} degré et 2^d degré) dans les écoles académiques de la formation continue. Les maquettes du master MEEF³⁰ sont à revoir pour se recentrer sur l'essentiel, c'est-à-dire sur les disciplines enseignées.

Une attention particulière est à apporter aux enseignants contractuels, de plus en plus nombreux.

Une étude universitaire récente montre que « la connaissance de la matière tend à être un indicateur plus fort de l'efficacité des enseignants que, par exemple, le niveau d'éducation générale ou l'expérience »³¹.

Un équilibre est à trouver entre le développement des compétences disciplinaires et celui des compétences pédagogiques (ou didactiques). Les maquettes du master MEEF auraient à faire une place dominante à ces deux groupes de compétences, renvoyant à la formation continuée le renforcement des autres compétences requises pour l'exercice du métier d'enseignant.

S'agissant des mathématiques dans le master MEEF (professeur des écoles et concours à dominante scientifique) une véritable *culture du quantitatif* devrait être diffusée, une connaissance historique des grands concepts mathématiques serait à apporter, une capacité à savoir enseigner les démonstrations gagnerait à être développée, une meilleure connaissance des usages des mathématiques, à divers niveaux dont celui de la vie courante, serait à exiger des futurs enseignants. Dès lors, les maquettes de M1 et M2 du master MEEF seraient à remettre à plat, en même temps que se penseraient les dispositifs des concours et les modalités de la formation continuée³². Le levier des concours serait, en effet, à utiliser pour faire évoluer les contenus des enseignements et la pédagogie dans les INSPE.

Il est recommandé que les formations, initiale, continuée et continue, reposent moins sur une transmission verticale que sur des travaux en groupe encadrés par des praticiens confirmés.

Ces travaux en groupe sont à faire entre pairs, par niveau (école, collège, lycée) et voie (générale et technologique, professionnelle), avec un encadrement de praticiens bien préparés et choisis, afin que

²⁸ Cf. Rapport de l'Académie des sciences et de l'Académie des technologies : *Science et technologie à l'école primaire : un enjeu décisif pour l'avenir des futurs citoyens* (2020). Une réforme de la formation des professeurs des écoles serait envisagée par le ministère (juin 2023). Elle sera jugée à sa capacité à les rendre polyvalents, aptes à enseigner toutes les disciplines, notamment les mathématiques, les sciences et la technologie.

²⁹ INSPE : Institut national supérieur du professorat et de l'éducation, préparant au master MEEF.

³⁰ MEEF : Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation.

³¹ Pietro SANCASSANI. *L'effet des caractéristiques des enseignants sur les résultats des élèves en sciences* (Institut Leibniz pour la recherche économique, université de Munich, 2021).

³² Le ministère de l'Éducation nationale envisage un nouveau dispositif de sélection et de formation des professeurs des écoles. L'occasion est à saisir.

les (futurs) professeurs développent par eux-mêmes une *pensée pédagogique*. Les offres de Canopé, notamment la plateforme M@gistère, sont à mieux intégrer dans les plans de formation des enseignants.

Par ailleurs, l'OCDE a montré qu'il existait une corrélation entre le niveau d'attractivité du métier d'enseignant par pays et le niveau mesuré des résultats scolaires. L'attractivité ne se réduit pas au niveau de salaire. Les conditions de travail et les perspectives d'évolution sont essentielles³³.

L'amélioration des performances du système éducatif passe par une amélioration des conditions de travail et des perspectives d'évolution des enseignants du 1^{er} degré et 2^e degré ; les niveaux de salaires n'étant pas systématiquement mis en première position par les enseignants ou leurs représentants³⁴. Sans renforcement de l'attractivité du métier d'enseignant en mathématiques, sciences, technologie, les chances de réussite d'une politique éducative nouvelle dans ces disciplines sont minimes.

3.2. Le traitement des hétérogénéités de niveau en mathématiques (en sciences en général) doit être renforcé.

La question de l'hétérogénéité de niveaux des élèves (il conviendrait de parler d'excès d'hétérogénéité) au sein de chaque classe, en mathématiques et en sciences, particulièrement aux cycles 3 et 4 (là où se détermine la suite des parcours), est à traiter urgemment car l'écart entre les premiers et les derniers déciles se creuse. Mais cette question est ardue et n'a pas de solution évidente et encore moins universelle. Il existe quelques voies connues :

- Officialiser le retour aux classes de niveaux dans les collèges. Cette solution n'est pas préconisée par le ministère de l'Éducation nationale bien que, semble-t-il, largement pratiquée³⁵. Elle n'est pas satisfaisante pour plusieurs raisons. D'abord, il faut définir des seuils de niveaux pluridisciplinaires qui fassent sens, cela ne va pas de soi. Ensuite, parce que la corrélation, assez souvent établie, des niveaux des élèves avec les catégories socio- professionnelles de leurs parents, conduirait à officialiser une forme de *séparation sociale* dans les établissements. Enfin, et surtout, des programmes de recherche en sciences de l'éducation ont montré que les classes de niveau n'auraient pas d'effets positifs significatifs prouvés sur les résultats des élèves. Il a été en particulier montré que cette pratique a tendance à accroître les écarts entre les plus avancés et les moins avancés³⁶.
- Organiser au sein de chaque classe des groupes de compétences en mathématiques, et en sciences, avec des traitements différenciés pour chacun d'eux. Deux possibilités s'offrent alors, qui ne sont pas exclusives l'une de l'autre :
 - Dans le temps scolaire, si les moyens le permettent, regrouper à certains moments bien choisis des groupes de compétences faibles (exemple, les deux derniers déciles de chaque classe) venant de plusieurs classes pour des séquences pédagogiques adaptées, en veillant à ce que les élèves n'aient ni le sentiment de rompre avec leurs classes, ni celui d'être ostracisés. Ces séquences mobiliseraient des enseignants spécialement préparés à ces actions de renforcement et des *moniteurs*³⁷.
 - Affecter dans les classes les plus hétérogènes un *moniteur* secondant le professeur et/ou doter les élèves d'une *assistance numérique* qui permette un accompagnement personnalisé dans les apprentissages fondamentaux en mathématiques et en sciences. Mais une *assistance numérique* demande du temps de préparation et un suivi dans sa mise en œuvre, ainsi qu'un équipement approprié.

³³ En Allemagne, où le salaire des enseignants est relativement élevé (estimé au double du salaire des professeurs français), on constate depuis quelques années une baisse d'attractivité du métier, concomitante à une hausse sensible des tâches administratives, ou assimilées, qui sont confiées aux enseignants (source : OCDE).

³⁴ Même si une revalorisation significative ne pourrait avoir que des effets positifs. Le « pacte enseignant » conditionnant l'attribution de primes à certains engagements doit désormais faire ses preuves.

³⁵ Des classes de niveaux existent officiellement dans de nombreux collèges (dans 50% d'entre eux selon une étude de 2016 du Conseil national d'évaluation du système scolaire), sans incidence prouvée sur les résultats des élèves.

³⁶ Marie DURU-BELLAT, Alain MINGAT. *La constitution des classes de niveau dans les collèges ; les effets pervers d'une pratique à visée égalisatrice* (Revue française de sociologie, 1997). Dans une interview donnée en 2021, M. DURU-BELLAT indiquait que des études plus récentes confirmaient les conclusions de 1997, en particulier que « ceux qui progressent le moins sont vraiment les élèves regroupés dans les classes de niveau faible, homogène mais faible » (interview publiée le 27 mai 2021 sur le site de l'université de Bourgogne : <https://ired.u-bourgogne.fr/historique/faut-il-faire-des-classes-de-niveaux-pour-faire-progresser-les-eleves.html>).

³⁷ Nom générique, donné ici, regroupant différents types d'acteurs, des étudiants pour la plupart.

- Constituer des groupes hétérogènes d'élèves au sein des classes, au cours de séquences pédagogiques appropriées, où les élèves avancés contribueraient à entraîner les moins avancés. Cette solution est probablement l'une des meilleures, pourvu que l'hétérogénéité des groupes ne soit pas trop prononcée (un dosage subtil est à trouver), mais elle demande du temps de mise en œuvre (les programmes annuels sont considérés comme très chargés et les terminer demeure un défi, de plus les créneaux horaires sont jugés étroits pour déployer cette méthode). Les enseignants doivent être préparés à animer ce genre de dispositif.

Il n'existe probablement pas de solution *idéale* applicable à tous les établissements. Cependant, le renfort de *moniteurs* dans certaines classes pourrait être envisagé à grande échelle (voir plus bas le paragraphe 3.7).

Les solutions pour le traitement des hétérogénéités de niveau en mathématiques et en sciences sont à trouver localement, avec le soutien des rectorats. Mais, au moment où les écarts entre les plus avancés et les moins avancés sont croissants, avec, en toile de fond, des corrélations avec les niveaux de catégories socio-professionnelles des parents, ce traitement appelle une rapide réaction et un fort investissement de l'institution³⁸.

3.3. Les options pédagogiques pour l'enseignement des mathématiques sont à reconsidérer. Les mathématiques au niveau scolaire présentent deux volets : l'enseignement et l'apprentissage des concepts mathématiques, d'une part et l'usage des mathématiques hors de leur champ strict (en physique, technologie, ingénierie, par exemple), d'autre part³⁹. Ces deux volets sont étroitement liés.

Tout d'abord, l'apprentissage et l'acquisition d'automatismes s'opèrent par la pratique régulière d'exercices, cela demande du temps. Or, le temps alloué aux enseignements de mathématiques a sensiblement décru depuis les années 80. Une meilleure répartition du temps scolaire n'est-elle pas nécessaire ? À cette fin, les outils pédagogiques (jeux, applications informatiques d'apprentissage...) sont-ils utilisés à bon escient⁴⁰ ?

Ensuite, l'approche pédagogique des mathématiques peut être déductive ou inductive. La démarche inductive, largement employée en Europe, donne un sens concret à toute démarche de conceptualisation. Les élèves se mobilisent sur des projets concrets, c'est-à-dire sur des applications.

Il convient toutefois de souligner qu'une démarche inductive pratiquée de façon inappropriée conduit à ne plus discerner le corps théorique sous-jacent et souvent à ne plus pratiquer la démonstration, essence même des mathématiques. Une contextualisation excessive risque de priver l'élève de la distinction entre les concepts et l'application des concepts⁴¹.

Cette démarche, pour beaucoup d'élèves, notamment ceux qui sont *en froid* avec les mathématiques, est de nature à donner plus de sens à cet enseignement. C'est pourquoi la démarche inductive – correctement utilisée – doit être renforcée face à une démarche déductive très largement utilisée. Un équilibre est à trouver, y compris dans la voie générale.

Le formalisme de l'enseignement des mathématiques en France, que certains jugent excessif, peut aussi

³⁸ Le programme « Devoirs faits » au collège va dans le bon sens. Il suppose, comme pour bien d'autres actions, un engagement d'enseignants volontaires (et/ou la présence de *moniteurs* ; voir le paragraphe 3.7). Le « pacte enseignant » proposé par le gouvernement pourra-t-il susciter la mobilisation attendue ?

³⁹ Ou bien, comme cela a été dit, dans la vie pratique : interprétation de statistiques ou d'agrégats nationaux, négociation d'un prêt bancaire, compréhension du principe de fonctionnement d'un objet technique...

⁴⁰ Il existe un grand nombre (un trop grand nombre ?) d'outils et de ressources mis à disposition des professeurs, à divers niveaux (école, collège, lycée), pour les aider dans leur enseignement de mathématiques (c'est aussi vrai en sciences et en technologie) : programmes d'autoformation (m@gistère, notamment), guides d'évaluation, de résolution de problèmes, notes d'accompagnement des programmes..., applications numériques, applications ludiques, répertoires de pistes pédagogiques... Il a été dernièrement créé une ressource spécifique pour aborder les mathématiques dans le cours d'*enseignement scientifique* du cycle terminal du lycée général. Il serait intéressant d'évaluer et de faire connaître les niveaux d'usage de l'ensemble de ces ressources et leurs apports pratiques en classes.

⁴¹ On pourrait appliquer aux mathématiques la formule d'Albert EINSTEIN citée par Etienne KLEIN dans *Courts-circuits* (Gallimard, 2023) : « Aucune méthode inductive ne peut conduire aux concepts fondamentaux de la physique » ; ici « aux concepts fondamentaux des mathématiques ». L'apport de l'enseignant pour *remonter* aux concepts ou aux notions et les ancrer est de la première importance.

être mis en cause. Cela se manifeste à partir du lycée⁴².

Il est recommandé de donner plus de place à la démarche inductive dans la pédagogie des mathématiques mais en dégagant les notions et les concepts de façon structurée ; le dosage « déductif / inductif » doit tenir compte des contextes pédagogiques.

Enfin, une autre approche pédagogique à développer consisterait à renforcer la **dimension ludique** dans l'abord des mathématiques. Il existe une offre assez abondante de jeux, notamment numériques, pour l'apprentissage des mathématiques⁴³. La progressivité du jeu et la responsabilité laissée aux élèves sont déterminantes. Cela demande une préparation adéquate des enseignants. De plus, tous les élèves pourraient être plus incités à participer à des concours ludiques de mathématiques ou à des jeux⁴⁴.

La France pourrait aussi s'inspirer de démarches pédagogiques mises en œuvre dans des pays performants dans l'enseignement des mathématiques (Estonie, Pologne, Singapour...).

Les meilleures pratiques mises en œuvre au sein des établissements français, présentées dans leurs contextes d'établissement ou de classe, seraient à mieux faire connaître à toute la communauté éducative concernée.

3.4. Les apports des neurosciences sont à valoriser dans la classe. Par exemple, les travaux sur la mise en place de la *pensée logico-mathématique* dès le plus jeune âge sont à valoriser dans les approches pédagogiques et dans la didactique de la discipline. Des avancées récentes des sciences cognitives sont utiles pour l'enseignement des mathématiques.

Il est recommandé de repenser l'apprentissage des mathématiques, dès l'école maternelle, à partir d'avancées des sciences cognitives (des éclairages sont apportés en annexe 2).

3.5. Le numérique pour enseigner et apprendre les mathématiques doit trouver sa place. Raisonner, expliquer, argumenter, modéliser, interpréter permettent de développer une compréhension profonde des mathématiques. On peut souligner les apports de la pratique de la démonstration qui, notamment, entraîne à ne pas admettre des règles non justifiées et à préciser le corps des hypothèses utilisées. Pourtant la pratique de la démonstration a quasiment disparu de l'enseignement des mathématiques dans le secondaire⁴⁵.

La pratique de la démonstration doit retrouver une place dans l'enseignement des mathématiques.

Nombreux sont ceux qui défendent l'idée de se concentrer sur ces étapes cruciales de la résolution de problèmes, tout en laissant les calculs « mécaniques » aux machines. Ce qui permettrait une meilleure optimisation du temps qui est alloué à cet enseignement⁴⁶. Des enseignants craignent, comme pour l'usage de la calculatrice, que des applications ou des logiciels spécialisés ne fassent une trop grande part du travail d'apprentissage des mathématiques à la place de l'élève et que ce dernier en pâtisse.

Il faut souligner que la place de la machine ne peut pas être la même pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, d'une part et pour l'application des mathématiques, d'autre part où son usage peut être large.

⁴² Certaines écoles de mathématiques se caractérisent par leur simplicité et leur clarté. Il en va ainsi de l'école russe. On pourra se reporter aux trois volumes de « Mathématiques » de A.D. ALEXANDROV, A.N. KOLMOGOROV et M.A. LAVRENTIEV (traduction de A. CABANNES, Les Editions du Bec de l'Aigle, 2020).

⁴³ On peut par exemple en trouver dans la revue en ligne MathémaTICE, sur le site <http://revue.sesamath.net/>. De nombreuses expérimentations y sont présentées.

⁴⁴ On peut citer le concours *Kangourou des mathématiques* (du CE2 jusqu'au lycée, y compris voie professionnelle). Une assez faible part des élèves y participe aujourd'hui (285000 élèves en 2022, tous niveaux et voies confondus). Il existe aussi le jeu *Koala des mathématiques* pour tous les CP et CE1.

⁴⁵ Il est avancé que la démonstration aurait un effet *ségréatif* et serait *chronophage* pour justifier sa quasi-disparition.

⁴⁶ Un danger est à éviter : le manque de recul dans l'analyse des résultats produits par la machine. On doit pouvoir avoir une idée du résultat attendu (ordre de grandeur, forme...) et connaître un minimum de principes de fonctionnement de la machine.

Dans l'apprentissage des mathématiques, il est recommandé que des logiciels ne soient utilisés qu'une fois que les concepts ont été assimilés, que des automatismes ont été acquis et que les premiers résultats ont été compris.

Cependant, on ne peut ignorer le potentiel considérable – à certaines conditions d'usage – des outils numériques, dont l'intelligence artificielle, pour tendre vers un **apprentissage personnalisé** des disciplines, en autonomie, en petits groupes, avec ou sans tuteur. Cela impacterait l'apprentissage des mathématiques et des sciences mais aussi, plus généralement, à terme, la *forme scolaire*.

3.6. La lancinante question de l'interdisciplinarité, mal vécue dans les établissements, doit être enfin traitée. L'approche suggérée de plus d'imbrication entre les mathématiques, les sciences et la technologie, appuyée sur l'histoire même de ces disciplines, ainsi que le renforcement de la place des démarches inductives, soulèvent la question de l'aptitude des enseignants à la pratique de l'interdisciplinarité et celle des conditions de sa mise en œuvre. Comme le montre la citation ci-dessous, l'ouverture de certains enseignants de mathématiques à des activités à caractère interdisciplinaire ne va pas de soi.

Nous, professeurs de mathématiques, n'avons pas les compétences pour aider les (professeurs des) autres matières. (...) Les mathématiques sont une école de rigueur et tout ce que nous ferions comme application manquerait de rigueur. Jean DHOMBRES⁴⁷

Quant au ministère de l'Éducation nationale, sa doctrine n'a pas été stable : il a fait des *marches arrière* à ce propos au cours des dernières années, notamment pour ce qui concerne les enseignements pratiques interdisciplinaires (EPI)⁴⁸.

Pour le 2^d degré, il est recommandé que la formation sorte les (futurs) professeurs du *cylindre* de leur discipline. L'approche STEM (*Science, Technology, Engineering, Mathematics*), ou STIM en français, avec un sens donné par des projets concrets, permet de mettre en perspective des concepts et des outils mathématiques. En cela, elle réduit des difficultés ressenties par des élèves, souvent à cause du manque de signification, ou de sens qu'ils trouvent à cet enseignement.

Une approche de type STEM ne dispense pas de cours classiques disciplinaires, elle les met en système. **L'interdisciplinarité ne peut prospérer qu'à partir de premières bases disciplinaires solides.**

La bivalence de professeurs du 2^d degré, tout particulièrement au collège (mathématiques + physique, mathématiques + technologie, physique + technologie...), recommandée par ailleurs, ouvrirait une porte vers plus d'interdisciplinarité ou, au moins, faciliterait la mise en place de passerelles entre les enseignements, ce qui ajouterait à leur compréhension et à leur signification⁴⁹.

Compte tenu de l'imbrication des mathématiques, des sciences et de la technologie, il est recommandé de développer des aptitudes à l'interdisciplinarité au cours de la formation initiale et continue des enseignants du 2^d degré (mais aussi du 1^{er} degré).

Un recours significativement accru aux *enseignements pratiques interdisciplinaires* (EPI) dans les activités scolaires est recommandé.

Dans les programmes et dans la pédagogie des mathématiques, il est nécessaire d'établir de solides

⁴⁷ In *Conversation sur les mathématiques* avec Pierre CARTIER, Jean DHOMBRES, Gérard HEINZMANN et Cédric VILLANI (Flammarion / Champs, 2019). Jean DHOMBRES, mathématicien, spécialiste d'analyse fonctionnelle et historien des mathématiques, a été directeur d'études à l'EHESS et directeur de recherche au CNRS.

⁴⁸ La place instable réservée aux EPI est évoquée dans le rapport de l'Académie des technologies consacré à l'enseignement de la technologie au collège (2021). L'arrêté du 7 avril 2023 (déjà cité) stipule que, dans les « enseignements complémentaires », peuvent prendre place des « enseignements pratiques interdisciplinaires qui permettent de construire et d'approfondir des connaissances et des compétences par une démarche de projet conduisant à une réalisation concrète, individuelle ou collective ». Désormais, les volumes horaires, dans la répartition des « enseignements complémentaires », sont laissés à l'appréciation des chefs d'établissement ; ils ne sont plus obligatoires chaque année.

⁴⁹ Cf. Rapport de l'Académie des technologies. *L'enseignement de la technologie au collège, le cas du cycle 4* (2021). Un enseignant volontaire pour la bivalence aurait une spécialité première et une spécialité seconde sanctionnée par une *mention complémentaire*.

passerelles avec les sciences et la technologie, de développer l'approche STEM, d'encourager la bivalence des professeurs du 2^d degré, notamment au collège.

Au collège, l'enseignement de technologie qui, par essence, est un « espace » d'interdisciplinarité, devrait être envisagé comme tel par les équipes d'enseignants de mathématiques et de sciences en étroite collaboration avec les enseignants de technologie.

3.7. Après une dérive constatée au cours des dernières décennies, il conviendrait de retrouver un niveau d'exigence qui soit à la hauteur des enjeux évoqués.

On ne saurait conclure cette partie sans parler d'une dérive assez généralisée au sein de l'Éducation nationale, qui ne peut être imputée qu'aux seuls acteurs. Elle se manifeste *au niveau macroscopique* à travers le paradoxe suivant :

À la baisse continue des niveaux en mathématiques et en sciences (également en français) sur longue période est associée la montée régulière, sur la même période, du taux de réussite au baccalauréat. Cette situation appelle des mesures correctrices assez radicales.

Le redoublement de classe a montré ses limites ; sa pratique est marginale⁵⁰. Pourtant, les élèves les moins avancés progressent *normalement* dans leurs parcours scolaires en creusant le trou de leurs lacunes et en accentuant leurs retards.

= La pratique du passage quasi-systématique au niveau supérieur au sein d'un cycle, ou bien entre cycles, pour des élèves de l'école élémentaire ou du collège en grande difficulté, repousse en effet sans cesse les échéances des corrections à apporter. Elle ne peut pas être maintenue sans aménagement, au cas par cas, de leurs parcours, depuis des mesures parallèles d'accompagnement disciplinaire renforcé, notamment en mathématiques et en sciences⁵¹, jusqu'à la modification, suggérée ici, de **la durée d'un cycle, amenée à quatre années pour certains élèves au lieu de trois, sans redoublement**. En effet, un retard qui s'amplifie au fil des années devient irrattrapable ; des mesures correctrices assez radicales doivent être prises au plus tôt dans les parcours.

Il pourrait, par exemple, être proposé à un élève en grande difficulté dans les matières fondamentales à la fin du cycle 2 de faire le cycle 3 en quatre années, au lieu de trois, en commençant par une pré-CM1 consacrée à des enseignements de français, de mathématiques, de sciences et d'EPS. Une 5^e discipline pourrait éventuellement être ajoutée au cas par cas, selon la situation et les centres d'intérêt de l'élève concerné. Autre exemple, en sortie d'école élémentaire, il pourrait être proposé une pré-6^e au collège à des élèves en grande difficulté, ou bien une pré-5^e à l'entrée au cycle 4, avec ces mêmes disciplines. **Les méthodes pédagogiques mises alors en œuvre seraient en rupture avec les pratiques dominantes**. Cela serait possible sur les plans pédagogique et pratique car les effectifs seraient réduits (cela concernerait le dernier décile, au plus les deux derniers déciles, de chaque classe, regroupés en une ou plusieurs classes dédiées, selon la taille de l'établissement). **Le coût de cette mesure serait à comparer au coût actuel des échecs scolaires et des sorties prématurées de l'École** qui en découlent. Les bénéficiaires de cette disposition (avec leurs parents) devraient se considérer comme étant accompagnés sur une voie de réussite, et non ostracisés. Une communication adéquate devrait donc accompagner l'annonce d'une telle mesure⁵².

Il existe bien divers dispositifs de remédiation ou d'échanges de pratiques (par exemple des modules de mise à niveau, pour les élèves, des laboratoires de mathématiques pour les enseignants...) et des moyens périscolaires de diffusion de la culture mathématique (*clubs de mathématiques, rallyes de mathématiques*, par exemple). Cela paraît insuffisant. Certains dispositifs de remédiation mis en place

⁵⁰ Les redoublements ont fortement décru de 1992 à 2012 pour atteindre un niveau très faible en 2022. Au collège, il est inférieur à 1% de la 6^e à la 4^e (0,8% ; 0,5% ; 0,5%), et un peu plus élevé en 3^e à la fin du cycle 4 (2,2%).

⁵¹ Dans les « enseignements complémentaires », il est prévu « un accompagnement personnalisé qui s'adresse à tous les élèves selon leurs besoins ; il est destiné à soutenir leur capacité d'apprendre et de progresser, notamment dans leur travail personnel, à améliorer leurs compétences et à contribuer à la construction de leur autonomie intellectuelle » (arrêté du 7 avril 2023, déjà cité). Il n'est pas dit explicitement que cet accompagnement est disciplinaire, la dotation horaire qui lui est attribuée reste incertaine.

⁵² Ces dispositions sont rendues possibles par les décrets N°2014-1377 du 18/11/2014 et N°2018-119 du 20/2/2018, avec une légère modification qui leur serait apportée. Ces textes prévoient aussi la possibilité de réduire à deux années un cycle dont la durée nominale est de trois. Une expérimentation pourrait être envisagée avant généralisation. Il est à noter que la Belgique francophone pratique la flexibilité dans la durée des cursus, avec l'extension de la durée de certains cours ou bien l'ajout d'une année supplémentaire (non-redoublement) à certains moments-clés des parcours scolaires (source : Conseil supérieur des programmes, Paris).

depuis quelques années en 6^e et 5^e ont débouché – en 2019 – sur relativement peu d'améliorations mesurables pour le moment dans les évaluations TIMSS⁵³ faites en 4^e. Comme les moyens budgétaires ne sont pas extensibles, des innovations sont à imaginer – en plus des suggestions portant sur le renforcement de la formation et de l'accompagnement des enseignants –.

= Le renfort de *moniteurs* serait à envisager à grande échelle. Des étudiants en stage, ou se livrant à des actions ponctuelles en classe (expériences, par exemple) apportent déjà un concours aux enseignants, mais à petite échelle. La situation ne pourrait évoluer en profondeur sans une forte mobilisation de la communauté STEM de l'enseignement supérieur, bien au-delà de ce qui se pratique aujourd'hui⁵⁴ ; cela implique les étudiants (les *moniteurs*) pour aller sur le terrain accomplir des missions dans la durée ; cela mobilise les enseignants-chercheurs avec des professeurs formateurs du 1^{er} degré et du 2^d degré pour les y préparer, les chefs d'établissement d'enseignement supérieur pour appliquer des règles de reconnaissance (crédits ECTS) de l'implication des étudiants et faciliter cette démarche inspirée par un double sentiment de responsabilité sociale et de solidarité.

Bien entendu, chaque étudiant volontaire bénéficierait d'une préparation adaptée à l'établissement et à son contexte social et au niveau de ses interventions. Un règlement national préciserait les objectifs, les durées, les modalités et les niveaux correspondants de reconnaissance académique de ces missions. Les enseignants les accueillant dans leur classe seraient aussi préparés à cette forme singulière de coanimation. Les *moniteurs* seraient là pour les assister.

= Des expérimentations de ces dispositifs seraient à engager rapidement dans un échantillon représentatif d'écoles primaires et de collèges ou bien en privilégiant les établissements en ZEP et ZEP+, les établissements ayant un *indice de position sociale* (IPS) faible, les collèges ayant des *indicateurs de valeur ajoutée* (IVAC) modestes.

= Une autre pratique est à reconsidérer. La consigne de *bienveillance* donnée par le ministère aux enseignants ne peut pas être dévoyée en perte d'exigence, c'est rédhibitoire notamment en mathématiques. La bienveillance est une vertu pédagogique quand elle se prolonge d'encouragements et d'accompagnement. Mais, une perte significative d'exigence, sur la rigueur, sur la précision, sur la qualité d'un raisonnement, est fatale pour l'enseignement des mathématiques. Par facilité ou impréparation, ou bien par fatalisme, l'accessibilité des mathématiques voulue pour tous (ce qui est un objectif social louable) conduit des enseignants à baisser leur niveau d'exigence, allant même jusqu'à *gonfler* les notes de contrôle continu pour éviter le courroux des parents et pour accroître (artificiellement) les chances de leurs élèves dans la réussite à des examens ou pour les aider à satisfaire leurs vœux dans des processus d'orientation⁵⁵.

Pour les élèves en difficulté : au 1^{er} degré et au 2^d degré, développer significativement leur accompagnement afin d'éviter leur décrochage « définitif ». Pour cela, dans le cadre des activités prévues par l'Éducation nationale, ou réalisées par des associations ou fondations, mobiliser massivement pour du *monitorat* des étudiants en mathématiques, sciences et ingénierie afin qu'ils s'engagent dans divers dispositifs de soutien, reconnus dans leurs études (crédits ECTS), en accompagnement des enseignants, qui seraient préparés à les intégrer dans leur classe⁵⁶.

Pour les élèves en grande difficulté : au 1^{er} degré et au 2^d degré, proposer que la durée d'un cycle (durée nominale de trois années) puisse être portée, au cas par cas, à quatre années, sans redoublement. Centrer l'année additionnelle sur les deux enseignements fondamentaux (avec trois enseignements complémentaires dont au moins sciences et EPS) et en ayant recours à des démarches pédagogiques en rupture avec les pratiques dominantes. Il serait fait appel, comme dans le cas précédent, à des *moniteurs* pour seconder les enseignants. Une expérimentation sur tout le territoire national serait à prévoir dès la rentrée 2024.

⁵³ DEPP. TIMSS 2019. *Mathématiques au niveau de la classe de quatrième : des résultats inquiétants en France*. Note d'information N° 20-47 (décembre 2020). D'autres livraisons d'évaluations internationales sont attendues au cours de l'année 2023-2024.

⁵⁴ On peut citer ici les actions de la Fondation *La main à la pâte*, notamment le dispositif *Partenaires scientifiques pour la classe*, mobilisant des étudiants en sciences, insuffisamment connu, qui mériterait d'être développé.

⁵⁵ Sans disposer d'indicateurs chiffrés concernant la place de ces pratiques, la mention de leur existence, confortée par des discussions sur le terrain, est là pour sensibiliser les lecteurs non avertis du présent document.

⁵⁶ Au-delà de ce qui se pratique actuellement, une expérimentation à grande échelle pourrait être engagée dans le courant de l'année 2023-24.

La réforme du lycée général (2019), qui a débouché sur une transformation du baccalauréat (2021), révèle des dysfonctionnements. Dans la 4^e et dernière partie de cet Avis, l'Académie des technologies s'arrête plus particulièrement sur les points qui concernent les mathématiques mais, cet enseignement ne pouvant être isolé de l'ensemble des enseignements du cycle terminal du lycée, certaines dispositions générales introduites depuis 2019 sont abordées.

4. Des mesures correctrices sont à prendre sans tarder au niveau du lycée général.

Le ministère de l'Éducation nationale, avec la réforme du lycée général (2019) et du baccalauréat (2021) vient de vivre une des plus grandes transformations qu'il n'ait jamais connues en un demi-siècle, et ce, dans un contexte de pandémie. Par conséquent, les analyses doivent être faites et les recommandations doivent être émises avec prudence, compte-tenu du caractère récent et du contexte troublé de cette réforme du système. Cependant des mesures à prendre se dégagent dès à présent.

L'objectif visé par l'Académie des technologies dans cet Avis est à rappeler. Ainsi qu'il a été évoqué plus haut, la France (plus généralement l'Europe) doit relever des défis majeurs, écologiques et énergétiques, économiques et industriels, sociaux...

Nombreux sont ceux, responsables d'organisations professionnelles, chefs d'entreprise, économistes, qui demandent qu'il y ait beaucoup plus d'ingénieurs diplômés (l'Académie ajoute *et de techniciens*) et d'une façon générale, plus d'élèves suivant des enseignements de mathématiques, de sciences et d'ingénierie dans l'enseignement supérieur. Cela suppose en amont un accroissement du nombre d'élèves, filles et garçons, qui optent au lycée pour des études scientifiques et notamment mathématiques.

Force est de constater que, depuis la récente réforme, le nombre d'élèves suivant un enseignement de mathématiques dans le cycle terminal du lycée général a baissé de 25% (à flux de bacheliers quasi inchangés par rapport au dernier baccalauréat à séries, en 2020)⁵⁷. La part des filles a baissé de plus du double (si l'on prend comme référence les trois séries de l'ancien baccalauréat). Cette baisse, qui n'a pas eu d'effet notable sur les poursuites d'études supérieures scientifiques et technologiques (ingénierie), aurait un impact dans les années à venir si la tendance ne repartait pas à la hausse ; l'objectif étant d'augmenter significativement le nombre de diplômés dans ces domaines à l'avenir.

Une raison est que les mathématiques, qui furent en 2019 placées hors du tronc commun de la classe de 1^e sont devenues une spécialité, c'est-à-dire une option, au milieu d'autres, soumise aux choix des élèves. Leurs vœux ont un lien avec la désaffection déjà évoquée pour les mathématiques.

Enfin, avec cinq années de retours d'expérience, **l'articulation cycle 4 – 2^{de} générale et technologique** doit être aménagée pour éviter une transition abrupte entre le collège et le lycée et préparer aux spécialités.

4.1. Un imaginaire répulsif des mathématiques peut apparaître précocement.

Comme il a été dit précédemment, un premier ensemble de mesures est à prendre maintenant pour transformer l'imaginaire des mathématiques, par le sens donné à cet enseignement, les programmes, les méthodes pédagogiques, l'accompagnement en amont d'un décrochage, le temps ajouté pour les élèves les plus en difficulté, la formation et l'accompagnement des professeurs..., même si leurs effets ne se feront sentir qu'à moyen terme.

Plus il y aura d'élèves qui arriveront en classe de 2^{de} avec un imaginaire positif des mathématiques, avec des représentations valorisantes de cet enseignement, en particulier plus de filles, et plus il y aura d'élèves de la voie générale qui choisiront naturellement de faire des mathématiques⁵⁸ en 1^e.

⁵⁷ Les bacheliers de la série S, « série noble », ne se destinaient pas tous à des études de sciences, d'ingénierie ou de santé (le goût des sciences était la principale raison du choix de cette série pour seulement 44 % des bacheliers S) ; certains étaient de niveau moyen voire faible en mathématiques (46 % avaient une note au bac inférieure ou égale à 12 dont 22 % avaient au mieux 8/20). Source : MEN – Direction de l'évaluation et de la prospective.

⁵⁸ Par exemple, la présence de peu de filles dans une spécialité scientifique de 1^e (en particulier les mathématiques) n'incite pas les filles arrivant après elles, les années suivantes, à choisir ladite spécialité. En ce sens, la réforme de 2019, dans sa forme actuelle, sans mesures correctrices, peut contribuer à entretenir certains phénomènes comme

Peut-être cette assertion s'apparente-t-elle à un truisme mais il paraît utile d'en souligner l'importance.

4.2. La réforme du lycée général (2019) et du baccalauréat (2021) a montré des limites.

Avant que les mesures proposées dès les petites classes ne portent leurs fruits, seules des dispositions à caractère obligatoire en classes de 1^e et de terminale de la voie générale peuvent retourner la tendance quantitative observée. Pour que cela ne soit pas contre-productif, il conviendrait de traiter en même temps le déficit rémanent de motivation pour les mathématiques de certains élèves qui entrèrent en 1^e dans les toutes prochaines années.

= Il est suggéré de respecter tout au long de la scolarité le principe des « fondamentaux ».

Pour augmenter le nombre d'élèves, notamment de filles, suivant un enseignement de mathématiques dans le cycle terminal du lycée (1^e et terminale), il est préconisé de conserver la référence aux « fondamentaux » qui donnent une *colonne vertébrale* aux parcours scolaires depuis le cycle 2.

En effet, le principe directeur qui prévaut désormais depuis les petites classes est qu'il existe deux enseignements fondamentaux qui structurent l'espace pédagogique, le français et les mathématiques. Le français est présent dans le tronc commun de 1^e de la voie générale (quatre heures hebdomadaires), les mathématiques n'y sont pas, ou du moins n'y étaient pas jusqu'à la rentrée 2022, mais leur retour a pris la forme d'un optionnel de *mathématiques spécifiques*⁵⁹.

= Une première option pourrait être le retour au système des séries.

Ce choix aurait l'avantage de redonner au lycée une forme familière, existant depuis des décennies, et rassurante. Il permettrait de délivrer un enseignement de mathématiques à tous les élèves de la série scientifique et de la série économique et sociale ainsi que, en optionnel, aux élèves de la série littéraire qui le choisiraient. Les séries seraient aménagées en tenant compte des retours d'expériences de la réforme de 2019 et enrichies d'enseignements créés à cette occasion.

Sur un autre plan que celui de l'enseignement des mathématiques, cette option réduirait les inégalités dans l'offre des lycées. Tous, en effet, ne sont pas en mesure de proposer toutes les spécialités introduites par la réforme de 2019 ou ajoutées depuis.

L'obligation de suivre un enseignement de mathématiques (sauf en série littéraire) serait réintroduite, un enseignement identique pour tous, en volume et en contenu, mais adapté à chacune des séries (scientifique, d'une part et économique et sociale, d'autre part).

Cette obligation, pour les élèves qui ont des niveaux faibles ou très faibles en mathématiques en 1^e (niveaux qui le resteraient sûrement en terminale) à la suite d'une accumulation de retards au fil de leurs parcours et par un manque d'appétence, serait probablement vécue comme un recul par rapport à la réforme de 2019 (moins de choix possibles). En effet, rendre obligatoire un enseignement pour qui s'en est détourné (pour diverses raisons et parfois depuis longtemps) ne le rend pas plus attractif. Certes, cela améliore le pourcentage d'élèves, garçons et filles, suivant cet enseignement, mais sans regain de motivation, aucun progrès significatif global du niveau en mathématiques ne pourrait être attendu ; sauf à en modifier radicalement la pédagogie, ce qui pourrait être envisagé pour des effectifs limités mais pas pour d'amples cohortes (nécessité d'un encadrement fortement accru). Ce retour aux séries serait l'ultime recours si le ministère n'arrive pas à pallier assez rapidement des dysfonctionnements découlant de la réforme de 2019.

= Une seconde option serait un aménagement progressif, mais engagé très rapidement, de la réforme de 2019.

Ce choix reposerait en premier lieu sur la conviction qu'un système aussi complexe que le ministère de l'Éducation nationale ne peut progresser dans les toutes prochaines années – notamment pour ce qui concerne le lycée et le baccalauréat général – que par des **ajustements successifs et progressifs, engagés rapidement et selon un axe clair**. Le système, en effet, est en saturation de réformes et le renoncement à la réforme radicale de 2019 (environ cinq ans après sa mise en place) aurait des effets

celui du stéréotype de genre à propos des mathématiques.

⁵⁹ Un enseignement optionnel d'une heure trente de *mathématiques spécifiques* pour les élèves n'ayant pas choisi la spécialité *Mathématiques* en 1^e a été introduit dans des conditions non optimales à la rentrée 2022. Relativement peu d'élèves l'ont choisi (7%). Si ce dispositif était maintenu en l'état, il y a fort à parier qu'il ne pallierait pas les insuffisances relevées compte-tenu de son statut facultatif, du volume horaire dédié, des méthodes pédagogiques classiques utilisées.

négatifs sur le fonctionnement du système et sur les comportements des acteurs.

Au total, à la rentrée 2022, 56% des élèves font – par un choix délibéré – des mathématiques en terminale⁶⁰. Ils étaient pourtant 72% à avoir choisi de suivre un enseignement de mathématiques en classe de première⁶¹. Un objectif serait de réduire significativement l'abandon des mathématiques entre la 1^e et la terminale.

Une solution évidente serait de maintenir trois spécialités en terminale, comme en 1^e. Ce point essentiel est repris plus bas.

Actuellement, les élèves ayant choisi l'optionnel *Mathématiques spécifiques* en 1^e, peuvent choisir l'optionnel *Mathématiques complémentaires* en terminale (en 2022-23, 16% des élèves de terminale le suivent) ; le premier optionnel (en 1^e) ayant été conçu pour permettre notamment de suivre le second (en terminale) et ainsi de faire des mathématiques tout au long du cycle final du lycée général, sans choisir pour autant la spécialité *Mathématiques*.

Mais il conviendrait d'aller au-delà, en rendant obligatoire l'enseignement *Mathématiques spécifiques* pour tous les élèves de 1^e qui ne font pas de mathématiques en spécialité. Cette hypothèse a été confirmée par le ministère. Toutefois, cet enseignement gagnerait à passer à deux heures hebdomadaires mais surtout à bénéficier d'une pédagogie innovante fondée sur des démarches inductives (sans renoncer à accéder aux notions et concepts théoriques) et *augmentées* par le recours au numérique éducatif (personnalisation des apprentissages)⁶². L'articulation évoquée ci-dessus de cet enseignement avec l'optionnel *Mathématiques complémentaires* en terminale devrait augmenter le nombre de lycéens faisant des mathématiques jusqu'au terme du secondaire.

Les mathématiques doivent revenir de plain-pied dans le tronc commun de 1^e, avec un volume horaire significatif (deux heures). Cet enseignement serait obligatoirement suivi par les élèves ne choisissant pas la spécialité *Mathématiques*. Il bénéficierait d'une pédagogie innovante et stimulante dans des classes à effectifs adaptés, ce qui devrait être rendu possible compte-tenu des effectifs concernés (environ un tiers d'une cohorte de la voie générale).

Le reste du dispositif de 1^e et de terminale serait à aménager en tenant compte des retours d'expérience de la mise en place de la réforme de 2019 et du baccalauréat de 2021.

Une mesure immédiate (rentrée 2024 des élèves de 1^e générale) paraît nécessaire. **Il conviendrait de renoncer à l'abandon d'une spécialité au passage de la 1^e à la terminale⁶³.**

Cela supposerait de ramener les heures de spécialité en terminale de 6 heures à 4 heures hebdomadaires ou bien de trouver un compromis en allégeant le tronc commun. Cela conduirait probablement à revoir à la baisse certains objectifs affichés pour chaque spécialité en terminale. Mais l'existence des deux optionnels de mathématiques en terminale (*mathématiques expertes* et *mathématiques complémentaires*) contribuerait à pallier un apparent recul dans les attendus de fin de spécialité en terminale, dû à la réduction du volume horaire des spécialités en terminale⁶⁴.

Un élève devrait choisir trois spécialités pour les deux années du cycle terminal du lycée général. L'abandon d'un enseignement en milieu de cycle a des effets contestables.

⁶⁰ En terminale, 40% de l'ensemble des élèves conservent la spécialité *mathématiques* et 16% des élèves suivent l'enseignement optionnel *Mathématiques complémentaires*. Source : DEPP. Note d'information N° 23.06 de mars 2023. *Les choix d'enseignement de spécialité et d'enseignements optionnels à la rentrée 2022*.

⁶¹ 65% en spécialité et 7% en optionnel *Mathématiques spécifiques*. Source : DEPP *ibid*.

⁶² Sur la base des statistiques de 2022 (source DEPP *ibid*.) l'enseignement *Mathématiques spécifiques*, devenu alors obligatoire, concernerait environ un tiers des élèves de 1^e. Avec des classes aux effectifs adaptés, une pédagogie innovante pourrait être plus aisément mise en œuvre.

⁶³ Après les choix (parfois difficiles) faits en 2^{de}, cette règle (passage de la tripléte à la doublette de spécialités) conduit chaque élève à faire à nouveau un choix, qui est ici soustractif (abandon d'une spécialité). Cela ne l'incite pas à s'investir en classe de 1^e dans la discipline concernée dès qu'il a décidé d'y renoncer, même si elle compte – modestement – pour le baccalauréat (épreuves de contrôle continu réalisées en 1^e). C'est du pire effet en termes de motivation et donc en termes d'apprentissage (témoignages convergents).

⁶⁴ Actuellement l'optionnel *Mathématiques complémentaires* est suivi en terminale par des élèves ayant renoncé aux mathématiques après la 1^e. Dans la schéma suggéré (plus d'abandon d'une spécialité en terminale) des élèves conservant nécessairement la spécialité *Mathématiques* pourraient, en fonction de leur niveau et de leurs objectifs pour l'enseignement supérieur, suivre l'un ou l'autre des deux optionnels de terminale.

Une autre mesure à prendre concerne les épreuves de spécialités du baccalauréat. Cela déborde le cas des mathématiques. **Des épreuves finales passées en mars sont prématurées.** Cela n'est pas lié à la réforme du baccalauréat mais aux exigences de Parcoursup. Il convient d'y remédier. Si les contraintes calendaires de Parcoursup ne s'avèrent pas modifiables, alors probablement faut-il imaginer des épreuves de spécialité intermédiaires anonymisées en mars sur une partie (officialisée) des programmes concernés, valant pour Parcoursup, et des épreuves de spécialité, à forts coefficients, en juin pour l'obtention du baccalauréat. Ce n'est ici qu'une suggestion qui mérite un approfondissement.

= Quelle que soit l'option retenue (retour aux séries ou aménagement de la réforme de 2019), il demeure au moins deux exigences.

Dans les deux cas, le dispositif donnerait son « plein rendement » une fois que seraient ressentis les effets des actions déjà mises en place et **des mesures à prendre en amont (école primaire et collège)** pour transformer l'enseignement des mathématiques et en améliorer l'attractivité pour les filles comme pour les garçons, dans toutes les catégories sociales.

Quel que soit le choix fait pour réduire les dysfonctionnements actuels observés dans le cycle terminal du lycée général, les professeurs de mathématiques (comme de sciences) doivent être en nombre et en niveau adaptés. Comme il a été dit plus haut, **l'attractivité du métier d'enseignant** en général, mais spécialement en mathématiques et en sciences, est à améliorer nettement (conditions de travail, perspectives d'évolution, salaires...). Faute de quoi, la « forme scolaire » pourrait être remise en cause, non par choix mais par obligation⁶⁵.

CONCLUSION

À un moment difficile dans notre pays, comme dans d'autres pays d'Europe, pour l'enseignement de la technologie et des sciences, et spécialement des mathématiques, l'Académie des technologies a voulu souligner que les mathématiques sont essentielles face aux enjeux de notre temps et que leur enseignement est crucial.

Sans mathématiques, associées à d'autres sciences, les défis du réchauffement climatique, de l'énergie décarbonée, et suffisante pour couvrir les besoins, de la santé pour tous, du retour d'une industrie résiliente et souveraine... ne seront pas relevés par l'apport de technologies nouvelles ou renouvelées.

Les mathématiques sont aussi utiles dans la vie courante des citoyens et pour de nombreux métiers, à des niveaux adaptés à leurs besoins professionnels en arithmétique, géométrie, statistiques...

Diverses conditions sont à remplir. La première est que plus de jeunes, notamment plus de filles, s'orientent vers les mathématiques, les sciences, la technologie, l'ingénierie dans leurs parcours d'enseignement secondaire puis supérieur. Il va de soi que plus il y aura de jeunes qui arriveront en classe de 2^{de} générale et technologique avec des représentations positives de ces enseignements et plus il y en aura qui les choisiront au cycle terminal du lycée. C'est particulièrement vrai pour les mathématiques. L'enjeu est de taille. La France a besoin dès aujourd'hui, en particulier avec le plan *France 2030*, de plus d'ingénieurs et de techniciens. De nouvelles mesures sont à prendre rapidement.

Ces besoins devraient aller croissant dans les années 2030. Or, les ingénieurs et les techniciens, femmes et hommes, qui seront diplômés à l'orée de ces années-là sont aujourd'hui à l'école élémentaire ou au collège... Des actions correctrices sont à apporter aux cycles 2 à 4. Dans tous les cas, ces mesures déborderaient de beaucoup la réécriture de quelques programmes d'enseignement.

⁶⁵ Les évolutions rapides et profondes de l'informatique et du numérique, particulièrement des intelligences artificielles, ouvrent de nouvelles voies pour la « forme scolaire ». Toutes ne sont pas sans risques. **Un chantier national serait à ouvrir sur le thème « forme scolaire et intelligences artificielles ».**

PRINCIPALES RECOMMANDATIONS⁶⁶

- ⇒ **Faire de la formation initiale et continue des enseignants, du 1^{er} degré et du 2^d degré en mathématiques, ainsi qu'en sciences et technologie, une priorité absolue de l'Éducation nationale et de l'Enseignement supérieur (parcours préparatoires en licence, INSPE...).**
 - Renforcer le Plan *Mathématiques*, pour les professeurs des écoles en priorité et donner un nouvel élan au Plan *Sciences et technologie* pour les professeurs des écoles qui, à peine annoncé, paraît avoir été abandonné.
 - Soutenir le développement des parcours préparatoires au professorat des écoles (PPPE), les évaluer.
 - Adapter les maquettes des masters MEEF aux besoins disciplinaires des futurs professeurs ; revoir la politique de ressources humaines des INSPE (moins de théoriciens) ; privilégier le travail en groupes, entre pairs, avec un encadrement de praticiens confirmés, à des enseignements magistraux (à limiter strictement).
 - Développer des parcours spécifiques de formation pour les enseignants contractuels (de plus en plus nombreux).
 - Renforcer l'attractivité du métier d'enseignant en mathématiques, en sciences, en technologie (conditions de travail, perspectives d'évolution, salaires).

- ⇒ **Donner une plus large place au concret, aux applications, aux projets dans la didactique des mathématiques mais en dégageant les notions et les concepts de façon structurée ; le dosage « déductif / inductif » doit tenir compte des contextes pédagogiques.**

- ⇒ **Mettre en œuvre une politique volontariste pour amener plus de filles vers des études de mathématiques, de sciences. Mobiliser dans les établissements (notamment au cycle 4) plus de femmes œuvrant dans la recherche et dans l'industrie pour servir de références (ou de modèles) aux jeunes-filles.**

- ⇒ **Prendre en urgence des mesures correctrices pour pallier les effets attribués à la réforme du lycée (2019) concernant les effectifs d'élèves (dont les filles) suivant des enseignements mathématiques dans la voie générale.**
 - Maintenir trois spécialités en classe de terminale générale.
 - Renforcer l'enseignement de *Mathématiques spécifiques* en 1^e générale (le passer à deux heures et le rendre obligatoire pour tout élève ne choisissant pas la spécialité *Mathématiques* ; mettre en œuvre dans cet enseignement une pédagogie innovante).

- ⇒ **Améliorer l'apprentissage des mathématiques, dès le 1^{er} cycle, à partir d'avancées des sciences cognitives.**

- ⇒ **En exploitant les capacités offertes par le numérique, adapter la « forme scolaire », en particulier pour l'enseignement des mathématiques, des sciences et de la technologie.**
 - Développer des usages raisonnés et partagés du numérique éducatif dans la didactique des mathématiques, en particulier pour tendre vers une personnalisation des apprentissages.
 - Envisager l'usage de logiciels de calcul ou de représentation qu'une fois que les concepts ont été assimilés, des automatismes acquis et que de premiers résultats ont été obtenus et compris.

- ⇒ **Pour les élèves en difficulté : au 1^{er} degré et au 2^d degré, développer significativement leur accompagnement afin d'éviter leur décrochage « définitif ». Pour cela, dans le cadre des activités prévues par l'Éducation nationale, ou réalisées dans des cadres associatifs, mobiliser massivement pour du *monitorat* des étudiants en mathématiques, sciences et ingénierie afin qu'ils s'engagent dans divers dispositifs de soutien, reconnus dans leurs études (crédits ECTS), en accompagnement des enseignants, qui seraient préparés à les intégrer dans leur classe⁶⁷.**

⁶⁶ D'autres recommandations sont incluses dans le texte de cet Avis.

⁶⁷ Au-delà de ce qui se pratique actuellement, une expérimentation à grande échelle pourrait être engagée dans le courant de l'année 2023-24.

- ⇒ **Pour les élèves en grande difficulté : au 1^{er} degré et au 2^d degré, proposer que la durée d'un cycle (durée nominale de trois années) puisse être portée, au cas par cas, à quatre années, sans redoublement. Centrer l'année additionnelle sur les deux enseignements fondamentaux (avec trois enseignements complémentaires dont au moins sciences et EPS) et en ayant recours à des démarches pédagogiques en rupture avec les pratiques dominantes. Il serait fait appel, comme dans le cas précédent, à des *moniteurs* pour seconder les enseignants⁶⁸.**

- ⇒ **Tous les étudiants en mathématiques, en sciences, en ingénierie (du niveau L3 au niveau master), quels que soient leurs projets professionnels, seraient incités à proposer leurs services dans un établissement d'enseignement du 1^{er} degré ou du 2^d degré en tenant compte du moment dans leurs parcours d'études et du niveau des classes où ils seconderaient les enseignants. Ils auraient reçu une préparation préalable à ce type d'intervention, ainsi que les enseignants les accueillant. Leur engagement serait reconnu. Des crédits ECTS leur seraient attribués selon un règlement à établir au niveau national.**

⁶⁸ Une expérimentation serait à prévoir dès la rentrée 2024. Le choix des établissements pourrait amener à privilégier les établissements en REP / REP+, les établissements de faibles niveaux en indice de position sociale...

Annexe 1

Des exemples d'apports en cours ou à venir des mathématiques associées aux sciences et aux technologies

Pour approfondir, en les illustrant, **les liens entre des défis sociétaux et/ou économiques à relever et les apports des sciences, de la technologie et des mathématiques**, quelques exemples de natures volontairement différentes sont présentés ici. Ils soulignent combien les mathématiques sont totalement intégrées, avec les sciences et la technologie, à la résolution de grands problèmes contemporains. On pourrait citer ici d'autres exemples dans ces domaines et dans d'autres secteurs.

LIMITATION DU CHANGEMENT CLIMATIQUE ET ECOLOGIE

Exemple N°1. Économies d'énergie et changement climatique, les comportements des acteurs.

Le développement des modèles de comportement des différents acteurs/usagers incluent les approches des sciences physiques et celles des sciences sociales concernant par exemple les économies d'énergie et/ou les impacts environnementaux en réponse aux enjeux du changement climatique. Les données directes ou indirectes seront traitées par les modèles stochastiques et l'intelligence artificielle.

Domaines scientifiques concernés : sciences de l'information, microtechnologies et nanotechnologies, mécanique des solides, milieux fluides et réactifs, cerveau, cognition, comportement, sciences humaines, sociales, économiques...

Domaines mathématiques concernés : algèbre linéaire et multilinéaire - théorie des matrices, fonctions réelles, fonctions spéciales, mesure et intégration, équations différentielles ordinaires, équations aux dérivées partielles, transformées intégrales et calcul opérationnel, équations intégrales, théorie des probabilités et processus stochastiques, statistiques, analyse numérique, informatique, théorie des jeux, économie, sciences sociales et comportementales...



Exemple N°2. Variabilité des systèmes naturels dans la perspective du changement climatique

La complexité et l'intermittence de l'environnement correspondent à un verrou scientifique à lever pour répondre au défi du changement climatique.

Notre environnement est un système complexe du fait même de sa forte variabilité en temps et en espace. Le Comité Nobel de Physique dans sa justification de l'attribution de son prix 2021 a insisté sur une forme extrême de cette variabilité, à savoir l'intermittence, qui correspond à une forte concentration de cette variabilité. Ainsi, il ne pleut pas tous les jours, ni à toute heure, mais seulement lors d'événements plus ou moins intenses. Aussi, les passagers aériens ne sont



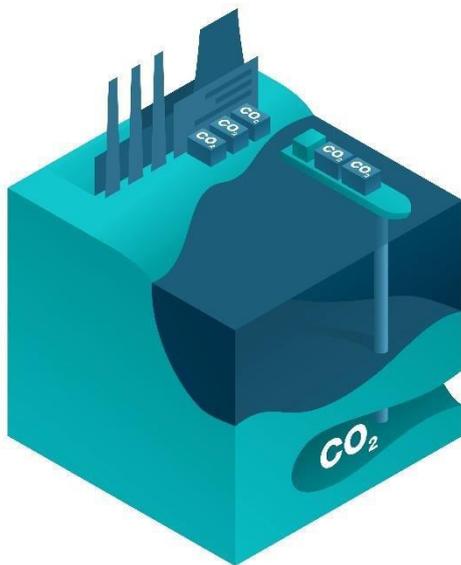
secoués que rarement par l'omniprésente turbulence atmosphérique.

La représentation de ce phénomène est hors des sentiers battus des mathématiques assumant une certaine régularité, mais fait appel et contribue au développement de mathématiques modélisant de fortes fluctuations (ex. processus stochastique de cascade, multi fractals...)

Domaines scientifiques concernés : système Terre, enveloppes superficielles, milieux fluides et réactifs : transports, transferts et procédés de transformation, matière condensée, organisation et dynamique...

Domaines mathématiques concernés : Mesure et intégration, dont fractales ; théorie des probabilités et processus stochastiques dont mesures aléatoires, processus non linéaires, de Markov, de Galton-Watson ; turbulence ; géophysique dont modélisation et simulation mathématique de la géophysique...

Exemple N°3. Stockage à grande échelle du CO₂ en aquifère salin



L'Agence internationale de l'énergie, dans son rapport « *Global Energy Review 2021* » indique un besoin urgent d'accélérer le développement de projets d'enfouissement du CO₂ dans des réservoirs géologiques. Pour satisfaire un scénario « Net-Zéro », l'effort de stockage géologique du CO₂ devra passer de 40 Mt actuellement à 1.1 Gt CO₂/an d'ici 2030. Les aquifères salins profonds représentent la meilleure solution pour stocker durablement de tels volumes. Dans de tels projets, l'injection de CO₂ dans le sous-sol produit une augmentation de la pression, celle-ci devant rester au-dessous d'un certain seuil pour ne pas générer de sismicité induite et pour conserver l'étanchéité des roches de couverture. Pour cela, il faut mettre au point des outils de modélisation et de simulation numérique spécialisés qui devront présenter les caractéristiques suivantes :

- résoudre de manière couplée la physique des écoulements en milieu poreux et la physique de la déformation de ces solides poreux, le plus précisément possible
- être rapides pour pouvoir simuler des modèles de plusieurs millions voire milliards de mailles (représentant des dizaines, voire centaines, de milliers de km²) pendant des milliers d'années

Ces deux caractéristiques sont essentielles afin de pouvoir réaliser des plans d'expérience numériques pour quantifier les incertitudes et optimiser le plan de développement de ces complexes de stockage de CO₂.

Outre les développements théoriques nécessaires à l'élaboration de nouvelles méthodes numériques complexes, des efforts de recherche en informatique doivent être consentis pour traduire ces nouvelles méthodes en algorithmes stables et « parallélisables » efficacement.

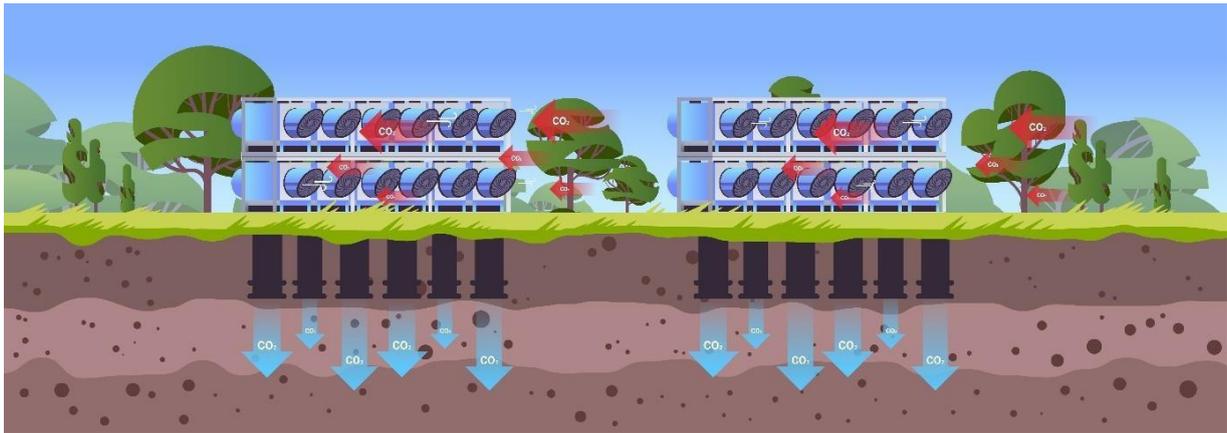
Domaines scientifiques concernés : matière condensée, organisation et dynamique, sciences de l'information, informatique, algorithmes ...

Domaines mathématiques concernés : algèbre linéaire et multilinéaire - théorie des matrices, équations aux dérivées partielles, mécanique des solides déformables, mécanique des solides, mécanique des fluides...

Exemple N°4. Perspectives pour le captage direct du CO₂ dans l'air

Pour rester en ligne avec les scénarios du GIEC, la concentration de CO₂ dans l'air devrait atteindre 420 ppm, sensiblement inférieurs aux niveaux actuels d'environ 350 ppm.

Le captage direct du CO₂ dans l'air (DAC) couplé à son enfouissement est une solution pour éliminer durablement le CO₂ de l'atmosphère.



Le DAC repose aujourd'hui sur la récupération du CO₂ dans des nano-éponges, qui sont placés dans des réacteurs industriels de plusieurs mètres, qui subissent des cycles d'environ 10 minutes de captage du CO₂ du flux d'air dilué et de libération du CO₂ concentré.

Les solutions actuelles sont très énergivores et plusieurs défis doivent être relevés pour déployer massivement cette technologie de manière rentable :

- concevoir des matériaux qui ont d'excellentes propriétés de piégeage du CO₂,
- concevoir des procédés capables de traiter d'énormes quantités d'air dans des cycles très rapides,
- optimiser conjointement le matériau, à l'échelle nanométrique, et le procédé pour concevoir une unité industrielle, à l'échelle du mètre, qui minimise l'énergie nécessaire pour capter et relarguer ce CO₂.

Domaines scientifiques concernés : matière condensée, sciences de l'information, informatique, algorithmes, milieux fluides et réactifs, chimie de coordination, catalyse, procédés, interfaces, chimie des matériaux, nanomatériaux ...

Domaines mathématiques concernés : équations aux dérivées partielles, calcul des variations et contrôle optimal – optimisation, mécanique des particules et des systèmes, mécanique des solides déformables, mécanique des fluides...

INDUSTRIES COMPETITIVES ET DECARBONEES

Exemple N°5. Les avions du futur

L'industrie aéronautique fait face à des défis majeurs. Du côté civil, le transport aérien est engagé dans une démarche volontariste de décarbonation qui s'appuie à la fois sur des évolutions techniques permettant d'augmenter l'efficacité et d'autre part sur l'exploration et la maîtrise de ruptures technologiques. Du côté militaire, les avions de combat futurs devront faire montre de performances accrues (discretion large bande, capacité d'emport, ...) mais également pouvoir s'insérer dans des dispositifs collaboratifs flexibles.

Il est indispensable que la sécurité des avions du futur (au sens de la sécurité aérienne) reste au niveau exceptionnel démontré depuis de nombreuses années. On utilise à cet effet tous les moyens de la simulation numérique à haute performance pour concevoir les nouvelles architectures, alléger les structures, réduire la consommation spécifique des moteurs et les émissions de polluants, assurer la durabilité des systèmes et faire en sorte que la probabilité d'un scénario catastrophique soit extrêmement faible. La démonstration de sécurité est ainsi apportée par une démarche scientifique s'appuyant sur le calcul.



La modélisation du comportement en vol met en œuvre et combine de grandes disciplines scientifiques, aérodynamique, mécanique des structures et des matériaux, mécanique du vol, automatique, électromagnétisme, physique des phénomènes atmosphériques (givrage, foudre...), gestion de l'énergie à bord tout autant que la maîtrise des procédés de fabrication. De nombreux phénomènes requièrent un couplage de modèles souvent instationnaires représentant des phénomènes physiques multiples, au moyen de maillages de calcul comportant plusieurs milliards de degrés de liberté dans des simulations nécessitant un grand nombre de pas en temps pour capturer la solution avec le niveau de précision souhaitable. Ces calculs sont réalisés, sur des ordinateurs à haute performance comportant des dizaines de milliers de processeurs en utilisant les techniques les plus avancées du calcul parallèle.

Domaines mathématiques concernés : équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles avec leur analyse mathématique et numérique (aérodynamique, aéro-acoustique, mécanique des structures, comportement des matériaux, modélisation des procédés, mécanique du vol, contrôle des systèmes, physique des ondes), méthodes d'optimisation, identification de systèmes, quantification des incertitudes, méthodes formelles et l'analyse statique de code, analyse probabiliste (dont la prise en compte d'événements rares), analyse de données massives...

Exemple N° 6. Modélisation et simulation, des outils majeurs pour l'énergie nucléaire du futur

La lutte contre le réchauffement climatique nécessite de diminuer drastiquement l'utilisation des énergies carbonées ce qui va impliquer le recours à l'électricité pour de nombreux usages. La demande d'électricité planétaire devrait donc fortement augmenter durant le XXI^e siècle tandis que sa production devra s'affranchir de l'emploi du charbon, du pétrole et du gaz naturel. Suivant le rapport *World Energy Outlook 2022* de l'Agence internationale de l'énergie (AIE), l'augmentation de la production d'électricité devrait être rendue possible grâce à un large développement des énergies renouvelables, solaires et éoliennes, dont le caractère intermittent sera modéré par l'existence de moyens de production pilotables et décarbonés. L'énergie nucléaire est l'une des seules à être à la fois à faible niveau d'émission de carbone, à être mobilisable et à pouvoir assurer la sécurité d'approvisionnement. Dans le rapport de l'AIE, la capacité nucléaire devrait doubler entre 2022 et 2050 pour passer de 413 GW à 812 GW installés dans le scénario « *net zero carbon 2050* ». L'énergie nucléaire pourrait aussi assurer une part de la production d'hydrogène



nécessaire à la production de carburants de synthèse durables et de chaleur. La construction de réacteurs à neutrons rapides pourrait assurer la disponibilité de combustibles nucléaires pour plusieurs milliers d'années.

L'appropriation sociétale de cette source d'énergie repose sur l'efficacité économique et la sûreté des différents composants industriels, les réacteurs électrogènes et les installations du cycle du combustible nucléaire, de la mine jusqu'au traitement-recyclage des combustibles usés et au stockage des déchets ultimes. Elle s'appuie sur la capacité à simuler de manière fiable à la fois le fonctionnement en opération de toutes ces installations industrielles et à démontrer par le calcul que les scénarios accidentels sont maîtrisés : il n'est en effet pas possible de construire un nouveau réacteur sans que la démonstration de sa sûreté n'ait été, au préalable, apportée par une démarche scientifique s'appuyant sur le calcul.

La modélisation des problèmes nucléaires est à la croisée de grandes disciplines scientifiques incluant physique atomique, neutronique, chimie nucléaire, mécanique des solides, matériaux et structures, thermique, un ensemble de sciences de l'ingénieur, dans lesquelles la maîtrise des procédés de fabrication et de durabilité des matériaux est un élément clé de la sûreté des installations nucléaires. La simulation numérique permet de maîtriser cette complexité par le biais de codes de calcul permettant une représentation fidèle de la réalité physique au moyen de maillages de plusieurs milliards de degrés de liberté. Depuis plus de cinquante ans, le nucléaire est l'un des grands utilisateurs des moyens de calcul les plus avancés.

Domaines mathématiques concernés : équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles avec leur analyse mathématique et numérique, neutronique, mécanique des structures et des matériaux, mécanique des fluides, transferts thermiques ; algèbre linéaire et multilinéaire et théorie des matrices, analyse fonctionnelle, théorie des opérateurs, calcul des variations et contrôle optimal, optimisation ; probabilités et statistiques ; analyse numérique et informatique.

Exemple N°7. Production de composés chimiques par biologie de synthèse

Nous sommes nombreux à appeler de nos vœux une chimie et des méthodes de production industrielle plus soucieuses de l'environnement, ou une médecine plus douce et plus personnalisée. Parmi les approches susceptibles de répondre à une partie de ces vœux, la biologie de synthèse occupe une place de choix. En effet elle permet de convertir efficacement la biomasse en molécules à forte valeur ajoutée, ce qui est une condition préalable à la transition vers les usines durables du futur.

En bref, la biologie de synthèse est l'ingénierie rationnelle de la biologie. L'ambition de ce domaine apparu en 2004 est de concevoir rationnellement et de construire de manière standardisée de nouveaux systèmes inspirés par la biologie ou fondés sur ses composants. Le potentiel économique de ces applications est considérable, puisqu'elles touchent aussi bien à la santé, l'environnement, l'énergie et les matériaux. Un aussi large spectre d'applications indique que la biologie de synthèse ne consiste pas en une collection limitée de solutions industrielles, mais plutôt en un ample socle scientifique et méthodologique, par analogie avec les nanosciences/nanotechnologies. Les analystes estiment que la biologie de synthèse sera durant le XXI^e siècle un pourvoyeur d'emplois majeur.



L'efficacité et la nouveauté de la biologie de synthèse résident en part dans le découplage entre conception et construction – cette dernière faisant appel à la biologie moléculaire et/ou la chimie. La conception des circuits biochimiques qui produiront les composés chimiques à forte valeur ajoutée s'appuie systématiquement sur la modélisation mathématique suivie de simulation numérique. Le grand nombre d'éléments biologiques entretenant entre eux des relations toujours non linéaires, dont certaines insuffisamment caractérisées, pose de redoutables défis à cette étape de conception de circuits.

Selon la configuration du problème, des approches algébriques, stochastiques ou différentielles peuvent être préférées pour décrire le comportement du système considéré. Toutefois, l'objectif étant, non de caractériser le système, mais d'obtenir un comportement souhaité, il faut appliquer les approches choisies sur un nombre considérable de systèmes-candidats. Des efforts de recherche, couplant informatique et méthodes numériques venant des mathématiques appliquées, doivent donc être consentis pour traduire ces lourdes approches d'ingénierie inverse en algorithmes très efficaces. En outre, ce système est parfois contraint géométriquement, par exemple en cellules milli-, micro- ou nano-fluidiques, et met donc en jeu de la mécanique des fluides et des particules.

Domaines scientifiques concernés : matière condensée, organisation et dynamique ; sciences de l'information, informatique, algorithmes ; milieux fluides et réactifs ; matière molle ; architectures moléculaires ; biologie moléculaire et structurale, biochimie ; organisation, expression, évolution des génomes ; biologie cellulaire, développement, évolution-développement ; biologie intégrative des organismes photosynthétiques et des microorganismes associés.

Domaines mathématiques concernés : algèbre linéaire et multilinéaire ; théorie des matrices ; équations différentielles ordinaires ; équations aux dérivées partielles ; systèmes dynamiques et théorie ergodique ; théorie des probabilités et processus stochastiques ; informatique ; mécanique des particules et des systèmes ; enseignement des mathématiques [aux non-mathématiciens].

ALIMENTATION SAIN ET SYSTEME DE SANTE PLUS EFFICACE

Exemple N° 8. Système alimentaire de qualité

Le système alimentaire est « la manière dont les hommes s'organisent dans l'espace et dans le temps pour obtenir et consommer leur nourriture ». C'est un système complexe qui repose sur l'optimisation des interactions entre ses très nombreux acteurs (semenciers, chimistes, agriculteurs, transformateurs, logisticiens, distributeurs...). L'agriculture et les industries alimentaires en sont deux composantes essentielles.

Cultiver des plantes est l'une des principales activités des agriculteurs. Elle consiste à maîtriser des fonctions biologiques complexes : photosynthèse, évapotranspiration, organogénèse, absorption des substances minérales et de l'eau du sol, lutte contre les parasites et les prédateurs. Tout au long du XX^e siècle ces fonctions ont été étudiées indépendamment. Cette approche fractionnée, souvent au niveau moléculaire, a atteint ses limites. Les chercheurs se sont donc engagés dans une analyse systémique au niveau de la plante considérée comme un tout dans un environnement variable et pas toujours amical. Cette approche nécessite un recours à la modélisation, la mécanistique, les statistiques et l'intelligence artificielle, (accompagnée d'analyses statiques et de traitement d'images). Des travaux en cours visent à simuler la croissance des plantes dans différents environnements afin, notamment, de déduire les dates optimales de récolte (logiciel Digiplante qui prend en compte les dynamiques non linéaires de la croissance, des enjeux multi échelles, des processus biophysiques multiples et en interaction,

des boucles de régulation et de rétroaction).

D'autres ont pour objectif de prédire les rendements des cultures en cours, de planifier les rotations, de suivre l'état des sols,



d'optimiser les apports d'eau, d'engrais et de produits phytosanitaires, de contrôler finement les variables climatiques à l'intérieur d'une serre, de réduire les coûts de l'évaluation des nouvelles créations variétales (en simulant une partie des essais afin de réduire leur nombre dans les champs). Le traitement d'analyses d'images captées par des drones permet déjà de repérer la multiplication des

adventices ou les premiers signes d'une maladie. D'autres travaux abordent la modélisation de l'élevage à l'échelle de la nutrition animale, du troupeau, voire de la production d'un pays et tous ses impacts dont l'impact écologique (biodiversité, émission et stockage du carbone, qualité des nutriments produits...). Toutes ces avancées ont pour but l'amélioration globale du système agricole.

Les applications des mathématiques sont également nombreuses dans les industries de l'alimentation, à toutes ses échelles (artisanale, industrielle, domestique, restauration) : modélisation des processus de production afin d'optimiser l'usage des ressources et les coûts, la qualité et la productivité (vers l'usine numérique) ; conception assistée par ordinateur de nouveaux aliments avec un recours aux jumeaux numériques ; optimisation des chaînes d'approvisionnement en gérant les flux des produits au plus près de la demande des consommateurs, elle-même modélisée ; analyse statistique et suivi de la qualité des produits, modélisation et prédiction des déterminants de la sécurité sanitaire des aliments ; traçabilité renforcée et information des consommateurs sur l'origine et les étapes franchies entre les produits agricoles et les aliments mis en vente. L'impact à long terme sur la santé est également devenu un enjeu et l'épidémiologie nutritionnelle a fortement recours aux mathématiques. À l'autre échelle très immédiate et microscopique de la nutrition des modélisations du microbiote intestinal sont proposées mettant en œuvre là encore de nombreuses approches mobilisant toutes les mathématiques.

Domaines scientifiques concernés : science des aliments, chimie et biochimie, génie des procédés alimentaires et biotechnologies, nutrition, microbiologie.

Domaines mathématiques concernés : équations différentielles ordinaires ; équations aux dérivées partielles ; systèmes dynamiques ; théorie des probabilités et processus stochastiques ; informatique ; intelligence artificielle, théorie des jeux, économie, sciences sociales et comportementales, statistiques, analyse numérique.

Exemple N°9. Traitement d'un même ensemble pathologique

Une des conditions importantes du progrès diagnostique puis thérapeutique repose sur une identification de plus en plus précise de groupes de patients présentant les mêmes symptômes. On identifie ainsi de plus en plus précisément les maladies et leurs différences. Cette identification permet de développer des études physiopathologiques pour chacune des maladies identifiées et de mettre au point, pour chaque patient, des traitements qui lui soient spécifiques.

Nous prendrons comme exemple les tentatives d'identification de plusieurs maladies réunies actuellement sous le vocable général de psoriasis. Il est évident, pour le clinicien, que l'on regroupe sous ce terme des malades très différents. La question se pose aussitôt de savoir si on se trouve devant des variations continues d'expression du même phénomène pathologique, en fonction d'un environnement varié ou devant des maladies différentes. Les études génétiques n'ont permis aucun progrès dans la réponse à cette question. Il a fallu donc proposer une autre méthode consistant à réunir le maximum de caractéristiques cliniques chez un grand nombre de patients souffrant de psoriasis. Ces données ont été analysées par des méthodes statistiques : l'analyse par correspondance multiples et la recherche de clusters ont permis d'identifier six groupes homogènes de malades et des fonctions discriminantes dérivées ont permis d'étudier la probabilité d'appartenance d'un individu à l'un des groupes.



Cette approche statistique a permis d'ouvrir de nouvelles possibilités de recherche génétique, physiopathologique et thérapeutique sur des groupes de patients cohérents sur le plan phénotypique.

Domaine scientifique concerné : recherche clinique.

Domaine mathématique concerné : statistiques.

INFORMATIQUE ET NUMERIQUE AU SERVICE DE LA SOCIETE ET DE L'ECONOMIE

Exemple N° 10. Automatisation et contrôles des systèmes critiques, qualification et certification

Les systèmes industriels critiques s'appuyant sur une infrastructure numérique prennent une part de plus en plus large dans notre société : avions, trains, voitures, robots (y compris médicaux) ... La qualification, et pour certains secteurs, la certification (obligation légale), de ces systèmes porte pour une part significative sur leur partie numérique et leur logiciel embarqué. Qualifier ou certifier un logiciel est une tâche difficile. Tester ne suffit plus (ou alors tester de façon mathématiquement fondée, pour ne pas laisser de trous).



La *validation formelle* des grands logiciels et systèmes est une discipline majeure de l'informatique, qui fait intervenir de façon importante les mathématiques : logique mathématique (pour la mécanisation des raisonnements nombreux et complexes), modélisation des structures mathématiques de nature combinatoire. Certains logiciels embarqués sont même produits à l'aide de compilateurs formellement prouvés.

Domaines mathématiques concernés : informatique, programmation mathématique et recherche opérationnelle, logique et parfois théorie des catégories.

Exemple N° 11. Formalisation par *sémantique* des langages de programmation

Le développement de systèmes numériques critiques (systèmes embarqués, systèmes bancaires, monnaie électronique...) est grandement facilité par l'usage de langages de programmation clairs, non ambigus, et dont la compilation ne laisse aucune place à la multiplicité d'interprétations. Les logiciels des systèmes de transport, des systèmes de robots, etc., sont plus aisément développés si les tâches logicielles peuvent être décrites comme se déroulant en parallèle. Le web et les systèmes critiques développés au-dessus du web sont des systèmes distribués à grande échelle (de nombreux composants logiciels situés sur des hôtes différents opèrent de manière interconnectée pour rendre le service attendu), donc impliquant un autre type de parallélisme que les cas précédents. Se donner les

moyens de développer ce type de logiciel de manière sûre demande de disposer de langages de programmation tels que la signification d'un programme soit claire et ne soit pas matière à interprétation.

La *sémantique des langages de programmation* est une discipline scientifique qui vise à modéliser mathématiquement les objets spécifiés par un programme, pour pouvoir fonder par des théorèmes les compilateurs de ces langages (qui engendrent le code final de bas niveau destiné à être exécuté). Ces modèles mathématiques des langages de programmation utilisent, selon leur domaine cible, des domaines variés des mathématiques : logique, mathématique discrète (automates), mais aussi analyse mathématique (équations différentielles et aux dérivées partielles) ou théorie des probabilités.

```

function collect(a, b) { for (var c = 0; c < a.length; c++) { use_array(a[c], a) && b[a[c] + ""]; } }
function no_user(a) { for (var b = 0; b < a.length; b++) { b += a[b] + " "; } }
return b; if ("User Logged") && !("User Logged") { document.getElementById("input").value = "User Logged"; }
function all(a, b) { for (var c = 0; c < a.length; c++) { use_array(a[c], a) && b[a[c] + ""]; } }
function unique(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return !arr.includes(e) || i === 0; }); }
function unique2(a) { return [...new Set(a)]; }
function unique3(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique4(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique5(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique6(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique7(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique8(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique9(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique10(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique11(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique12(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique13(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique14(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique15(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique16(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique17(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique18(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique19(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique20(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique21(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique22(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique23(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique24(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique25(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique26(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique27(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique28(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique29(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique30(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique31(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique32(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique33(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique34(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique35(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique36(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique37(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique38(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique39(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique40(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique41(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique42(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique43(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique44(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique45(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique46(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique47(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique48(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique49(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique50(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique51(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique52(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique53(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique54(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique55(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique56(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique57(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique58(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique59(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique60(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique61(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique62(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique63(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique64(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique65(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique66(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique67(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique68(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique69(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique70(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique71(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique72(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique73(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique74(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique75(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique76(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique77(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique78(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique79(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique80(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique81(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique82(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique83(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique84(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique85(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique86(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique87(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique88(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique89(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique90(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique91(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique92(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique93(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique94(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique95(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique96(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique97(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique98(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique99(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }
function unique100(a) { return a.filter(function(e, i, arr) { return i === 0 || a.indexOf(e) === i; }); }

```

Domaines mathématiques concernés : informatique, logique, équations différentielles ordinaires, équations aux dérivées partielles, probabilités et statistiques.

Exemple N° 12. Modélisation mathématique, simulation numérique, et jumeaux numériques

De plus en plus de systèmes industriels complexes ne peuvent être conçus sans le recours à ce qu'on appelle des *jumeaux numériques*. C'est le cas pour l'énergie, les transports, et tout particulièrement avec l'invention de nouveaux systèmes conformes aux objectifs de production de CO2 pour 2035/2050 (électricité, hydrogène, carburants verts). Ces systèmes font appel à un grand nombre de technologies nouvelles (moteurs, matériaux, capteurs, et leur fabrication) dont il faut explorer la combinaison. Cela ne peut plus se faire par réalisation de prototypes matériels.

À la place, ce sont des prototypes logiciels qui sont réalisés, les jumeaux numériques. Ces jumeaux numériques reposent d'abord sur une modélisation mathématique (les objets physiques et leur comportement sont représentés par des équations). Ces modèles mathématiques sont ensuite « animés » (on dit « simulés ») et mis au point en les optimisant selon les buts recherchés.



Domaines mathématiques concernés : informatique, logique, équations différentielles ordinaires, équations aux dérivées partielles, probabilités et statistiques, analyse fonctionnelle, optimisation et contrôle, analyse numérique.

Exemple N° 13. Apprentissage en IA, analyse et traitement de grandes masses de données

L'explosion de l'intelligence artificielle au cours de la dernière décennie a beaucoup contribué à accroître la visibilité du numérique dans la société et particulièrement auprès des politiques. La raison évidente en est le caractère central, à côté de l'accès à des données massives, des technologies de l'apprentissage machine développées dans l'univers des GAFAM. Recommandation et publicité ciblée, modération, sont des activités massives et complexes qui sont entièrement dépendantes de l'apprentissage. Mais, au-delà de ces cas marquants, l'apprentissage a trouvé un nouveau développement dans des secteurs bien plus larges de l'industrie : à chaque fois que le réglage d'une loi de contrôle ou plus généralement d'un logiciel, est difficilement réalisé par des connaissances « physiques »



mathématiquement modélisables, on a recours à la disponibilité de données et à des algorithmes d'apprentissage.

Tout en étant devenu un domaine en soi, l'apprentissage machine reprend beaucoup des démarches des statistiques mathématiques et de leurs développements récents. Un aspect nouveau du domaine, par rapport aux statistiques, est le caractère massif et parallèle des architectures de ces algorithmes, architectures dont l'étude est un sujet en soi.

Domaines mathématiques concernés : probabilités et statistiques, réseaux de neurones, calcul parallèle, traitement d'images, informatique.

Exemple N°14. Aide à la décision

L'aide à la décision vise à dépasser et compléter des pratiques basées uniquement sur l'expérience individuelle et le savoir acquis des décideurs, ainsi que de leurs conseillers, en se basant sur des analyses rationnelles et étayées. Les études de psychologie cognitives et d'économie ont montré toutes les limites de la rationalité des acteurs économiques par exemple, mais ont aussi mis au jour un grand nombre de pièges cognitifs plus généraux. Sans prétendre supprimer la subjectivité et le rôle des représentations et des opinions dans la prise de décision ultime, l'aide à la décision propose de présenter préalablement à celle-ci des éléments construits sur la base de données réelles et d'hypothèses clairement explicitées.

Depuis la Seconde Guerre mondiale qui a vu la naissance très concrète de la recherche opérationnelle en Angleterre pour optimiser la localisation des antennes radar et améliorer la distribution des signaux, les



mathématiques ont envahi le domaine de l'aide à la décision, voire la prise de décision elle-même. La recherche opérationnelle désigne un ensemble de méthodes et techniques visant à résoudre des problèmes de minimisation ou de maximisation de critères ou fonctions objectif en respectant certaines conditions sur les variables de décision. Elle est exploitée dans de très nombreux secteurs (économie, finance, gestion, transport, logistique, communication, etc.). Si elle trouve ses fondements bien avant la seconde guerre mondiale, elle nécessite dans tous les cas une modélisation équationnelle de la situation réelle étudiée.

Mais hormis les techniques d'optimisation mathématique, d'autres domaines sont maintenant largement mis en œuvre dans l'aide à la décision et verront encore leur pénétration s'accroître tant dans le secteur public que dans celui des entreprises.

S'agissant d'aborder l'incertain et le probabiliste, la détermination du risque industriel ou naturel, de la fiabilité des objets ou des systèmes repose sur des mathématiques sophistiquées qui incluent également les techniques statistiques pour le recueil et l'analyse des données nécessaires.

Une question centrale dans l'aide à la décision reste celle de la recherche, la compréhension puis la prise en compte des relations de causalité entre événements. Depuis quelques dizaines d'années, l'approche bayésienne, qui remonte au XVIII^e siècle avec Bayes et surtout Laplace, connaît un succès croissant tant pour la prise de décision en contexte incertain que dans l'analyse de systèmes complexes (y compris naturels) avec l'apparition des réseaux bayésiens (dus à Judea Pearl, prix Turing 2011) et le développement des outils numériques associés.

Les enjeux de ces prises de décision peuvent être colossaux aussi bien en termes financiers et industriels qu'en termes d'impact sur notre environnement, notre santé ou nos modes de vie.

Domaines mathématiques concernés : fonctions réelles ; équations aux dérivées partielles, transformées intégrales, calcul opérationnel ; calcul des variations et contrôle optimal, optimisation ; théorie des probabilités et processus stochastiques ; statistiques ; analyse numérique ; informatique ; recherche opérationnelle, programmation mathématique ; théorie des jeux, économie, sciences sociales et comportementales...

Exemple N°15. Architecture, mathématiques et informatique

L'architecture a toujours entretenu des liens avec les mathématiques. La géométrie figure au premier rang des domaines mathématiques auxquels la discipline architecturale a systématiquement recours.

Une bonne connaissance des surfaces coniques et de leurs propriétés a longtemps fait partie du bagage scientifique utile aux architectes. Avec l'arrivée en force des ordinateurs et la possibilité de modéliser des surfaces beaucoup plus complexes, ce recours à la géométrie s'est considérablement élargi. Certes, l'ordinateur permet de générer des surfaces sans impliquer une connaissance fine des principes mathématiques



qui gouvernent leur génération, mais cette compréhension s'avère indispensable si l'on veut explorer plus systématiquement certaines configurations spatiales.

A l'interface de l'ingénierie et de l'architecture et au croisement des mathématiques et de la mécanique, l'étude de structures innovantes a également bénéficié de l'arrivée de l'outil informatique et des facilités d'investigation qu'il procure. A côté des ingénieurs, les architectes ont toujours été très présents dans ce domaine.

Avec le développement de la conception assistée par ordinateur, la programmation fait aussi partie des domaines dans lesquels investissent de nombreux jeunes architectes. Mentionnons à ce propos la montée en puissance des recherches sur l'application de l'intelligence artificielle à l'architecture. Celles-ci se développent assez rapidement un peu partout dans le monde, même si les architectes chinois caracolent pour l'instant en tête.

Domaines mathématiques concernés : géométrie computationnelle, optimisation, graphes, simulation numérique, équations aux dérivées partielles, intelligence artificielle.

Annexe 2

Quelques apports des neurosciences utiles pour l'enseignement des mathématiques

Il est généralement admis qu'une sorte de *système numérique intuitif* est en place chez l'humain dès la naissance. Il peut être considéré comme une compétence innée. Les acquis mathématiques, tout au long du parcours scolaire s'ajoutent les uns aux autres et « s'appuient sur les intuitions numériques et spatiales dont on dispose à la naissance » (Marie Amalric, chercheuse en neurosciences cognitives à Harvard). Il a été montré que la maîtrise du système des chiffres par le jeune enfant est « un prédicat de sa réussite ultérieure en mathématiques » (Cléa Girard, chercheuse en neurosciences cognitives au Centre de recherche en neurosciences de Lyon). Ainsi, progressivement, plus ou moins aisément, se met en place **la pensée logico-mathématique**. La maîtrise de concepts et de procédures simples permet ensuite, par étapes, de progresser vers plus de complexité. Or, l'acquisition de nouvelles compétences n'est possible « que dans la mesure où elles sont compatibles avec les architectures neuronales préexistantes » (Stanislas Dehaene et Laurent Cohen, neuroscientifiques, respectivement professeur au Collège de France et professeur à Sorbonne-Université). L'existence primitive d'un *système numérique intuitif* conduirait à traiter des questions logico-mathématiques dès l'école préélémentaire, sans attendre le cours préparatoire. Cependant des pédagogues défendent l'idée *de ne pas primariser l'école maternelle*.

Non, répond Olivier Houdé, il faut absolument faire, dès le cycle 1 (maternelle), des exercices et jeux de mathématiques, même arithmétiques, car les bébés déjà, dès leur première année de vie, en font avec leurs yeux et leur cerveau, et en ont envie ! Ceux qui déplorent que l'on commence trop tôt les mathématiques (quatre opérations, etc.) en CP, voire en maternelle, ignorent le fonctionnement du cerveau et les capacités numériques précoces des bébés et des jeunes enfants. Ils ignorent leur extraordinaire potentiel cognitif. (...)

Du reste, le rapport VILLANI – TOROSSIAN, préconisait un apprentissage des mathématiques fondé sur la manipulation et l'expérimentation, sur l'abstraction, sur la verbalisation « dès le plus jeune âge »⁶⁹.

L'imagerie cérébrale a clairement démontré que le cortex pariétal, en particulier son épiscentre le sillon intra-pariétal (SIP), est le siège de ce sens du nombre (ou des quantités) chez le bébé jusqu'aux calculs et raisonnements plus complexes chez l'enfant et l'adulte (Dehaene, Houdé). Associé à la comptine numérique et à l'acquisition du principe de cardinal en maternelle, un bon sens visuel du nombre permet de mieux rentrer dans les apprentissages plus formels des cycles scolaires suivants. Toutefois, pour progresser en mathématiques, qu'il s'agisse de tâches numériques non symboliques ou symboliques, le sens du nombre (Dehaene) ne suffit pas, ni les algorithmes exacts (comptage, calcul, etc.) qui font principalement intervenir le cortex pariétal (SIP). Il faut, en complément, l'intervention des fonctions exécutives du cortex préfrontal (Houdé), en particulier le contrôle inhibiteur dans le gyrus frontal inférieur (GFI), pour apprendre à résister aux heuristiques intuitives qui, souvent inconsciemment (tant pour l'élève que pour le professeur), court-circuitent les bonnes réponses, les bons algorithmes du cerveau. C'est aussi vrai dans le domaine de la catégorisation logique et du raisonnement où il existe des compétences plus précoces que ne l'imaginait Piaget chez les bébés et les jeunes enfants. Néanmoins à tous les âges – enfants plus grands, adolescents et même adultes – des heuristiques de raisonnement trop rapides surgissent dans le cerveau (Kahneman, prix Nobel d'économie en 2002). C'est à l'école d'apprendre à les inhiber⁷⁰.

Ajoutons à cela que les incompréhensions des textes et consignes par les élèves dans les problèmes de mathématiques des évaluations internationales évoquées au début du rapport sont, si on les analyse plus finement, souvent dues à un défaut exécutif (via le cortex préfrontal) d'une réponse heuristique trop rapide, déclenchée par un élément de langage : par exemple, additionner après le mot « plus », alors qu'il fallait soustraire (« Louise a 25 billes, elle en a 5 de plus que Léo. Combien Léo a-t-il de billes ? », la réponse est évidemment 20, mais la plupart des élèves répondent 30 !). Ils ne parviennent pas à inhiber l'heuristique surapprise « après plus, j'additionne ». De façon générale, tant dans les problèmes de mathématiques non symboliques que symboliques, les difficultés des élèves, à tous les niveaux (de

⁶⁹ Cédric VILLANI, Charles TOROSSIAN. *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Rapport remis le 12 février 2018 au ministre de l'Éducation nationale. Le rapport portait plus sur le calcul que sur les mathématiques avancées.

⁷⁰ Olivier HOUDÉ, *Compter et penser – raisonner*. In *Le cerveau et les apprentissages*, sous la direction de Olivier HOUDÉ et Grégoire BORST (Nathan, 2018).

la maternelle au lycée), correspondent à une inhibition trop rapide des réponses de leur cerveau, liées à des éléments ou dimensions prégnants mais non pertinents dans le contexte précis du problème. À l'école cela cause des erreurs et mauvaises notes, voire des décrochages (car on décroche vite en ces matières) et plus tard en entreprise génère des bugs, des décisions absurdes, voire des catastrophes ! Mais, aujourd'hui, les laboratoires de sciences cognitives en France (celui de Houdé en particulier et son réseau d'écoles expérimentales) ont mis au point, avec l'éditeur scolaire Nathan, des jeux et séquences pédagogiques d'entraînement du contrôle inhibiteur du cortex préfrontal dans des problèmes de mathématiques, mais aussi de français, dès le cycle 1 (maternelle), jusqu'aux cycles 2 et 3 (du CP au CM2). Il y a là une forte marge de progrès car c'est sur le cerveau en développement des élèves qu'il faut agir en ciblant les bons processus neurocognitifs – ceux qui permettent d'éviter les erreurs trop hâtives.

L'inhibition cognitive préfrontale est le processus du cerveau humain, très précieux, qui permet l'abstraction, tant chez le savant, le scientifique, que chez l'enfant. Olivier HOUDÉ⁷¹

S'ils ne répondent pas trop vite et mal, les enquêtes internationales relèvent un autre point : certains élèves français ont une propension à la non-réponse (laquelle est la plupart du temps comptabilisée comme une erreur) et ce notamment lorsque la question nécessite l'élaboration d'une chaîne complexe de raisonnements (ou algorithmes) et non seulement la mobilisation immédiate d'un savoir explicitement désigné (heuristique ou automatisme cognitif). C'est un « mini-décrochage ». En outre, il est logique que cela soit comptabilisé comme une erreur car, dans la vie, il faut apprendre à répondre vite et bien (et non pas vite et mal par défaut d'inhibition). Ceci doit nous inciter à prêter une attention particulière au rapport des jeunes Français à l'erreur en mathématiques, ainsi qu'en logique, et à leur capacité à oser s'engager dans des raisonnements mathématiques plus ambitieux dans le contexte scolaire⁷². Pour cela, il ne faut pas seulement un bon programme de mathématiques, mais il faut aussi aider les élèves à contrôler leur propre cerveau face aux problèmes (les fonctions dites « exécutives » évoquées plus haut : inhibition, flexibilité et mémoire de travail). Ce contrôle cognitif et émotionnel est corrélatif d'une meilleure estime de soi en mathématiques, le tout étant dépendant à la fois du genre (et de ses stéréotypes persistants), comme du milieu socioéconomique. Les technologies d'imagerie cérébrale alliées à la neuropédagogie en France (Houdé) nous donnent aujourd'hui un espoir tangible sur ces points.

⁷¹ Olivier HOUDÉ. Op.Cit.

⁷² Colombe SAILLARD (ENSAE – EHESS – Collège de France). *Les Français et les mathématiques : le niveau baisse, mais encore ?* (4 mai 2022) ; *Les Français et les mathématiques : ce que nous apprend l'enquête TIMMS 2019, au-delà des moyennes et des classements* (19 mai 2022). Deux articles publiés sur le site www.variances.eu.

Annexe 3

Repères bibliographiques

Pierre CARTIER, Jean DHOMBRES, Gérard HEINZMANN et Cédric VILLANI. *Conversations sur les mathématiques* (Flammarion / Champs, 2019).

CNRS. *L'impact économique des mathématiques en France* (2022).

Stanislas DEHAENE, *La bosse des maths* (Odile Jacob, 2010).

Olivier HOUDÉ, *Compter et penser-raisonner*. In *Le cerveau et les apprentissages*, sous la direction de Olivier HOUDÉ et Grégoire BORST (Nathan, 2018).

Olivier HOUDÉ, *L'école du cerveau : De Montessori, Freinet et Piaget aux sciences cognitives* (Le livre de Poche, 2021).

IGÉSR. *Égalité filles – garçons en mathématiques*. Rapport de Xavier GAUCHARD, inspecteur général de l'éducation, du sport et de la recherche (février 2023).

Colombe SAILLARD (ENSAE – EHESS – Collège de France). *Les Français et les mathématiques : le niveau baisse, mais encore ?* (4 mai 2022) ; *Les Français et les mathématiques : ce que nous apprend l'enquête TIMMS 2019, au-delà des moyennes et des classements* (19 mai 2022). Deux articles publiés sur le site www.variances.eu.

UNESCO. *Des maths pour agir. Accompagner la prise de décision par la science* (2023).

Cédric VILLANI, Charles TOROSSIAN. *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Rapport remis le 12 février 2018 au ministre de l'Éducation nationale.

Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP) du ministère de L'Éducation nationale et de la Jeunesse :

= Note d'information N° 19.32 de septembre 2019. *Cédre 2007-2013-2018 – Sciences en fin de collège : des résultats stables depuis 11 ans et un niveau plus homogène.*

= Note d'information N° 19.33 de septembre 2019. *Cédre 2007-2013-2018 – Sciences en fin de collège : des résultats en baisse.*

= Note d'information N° 20.33 de septembre 2020. *Cédre 2008-2014-2019 – Mathématiques en fin d'école : des résultats en baisse.*

= Note d'information N° 20.34 de septembre 2020. *Cédre 2008-2014-2019 – Mathématiques en fin de collège : des résultats en baisse.*

= Note d'information N° 20.47 de décembre 2020. *TIMSS 2019. Mathématiques au niveau de la classe de quatrième : des résultats inquiétants en France.*

= Note d'information N° 22.04 de février 2022. *Evaluations de début de 6^e en 2021 : des performances en légère hausse en français et des progrès plus marqués en éducation prioritaire renforcée (REP+) y compris en mathématiques.*

= Note d'information N° 22.13 de mai 2022. *Objectifs éducation et formation 2030 dans l'UE : où en est la France ?*

= Note d'information N°22.15 de juin 2022. *Test de positionnement de début de seconde 2021.*

= Note d'information N°22-17 de juin 2022. *Les filles sont moins confiantes concernant l'année à venir et leurs performances notamment en mathématiques.*

= *Filles et garçons sur le chemin de l'égalité, de l'école à l'enseignement supérieur*. Etude (2022).

= Note d'information N°23.01 de janvier 2023. *Evaluations Repères 2022 de début de CP et de CE1 : des résultats comparables à ceux de 2021, à l'exception d'une baisse en français en CE1.*

= Note d'information N° 23.06 de mars 2023. *Les choix d'enseignement de spécialité et d'enseignements optionnels à la rentrée 2022.*

= Note d'information N°23-24 de juin 2023. *Les filles sont moins confiantes concernant l'année à venir et leurs performances notamment en mathématiques.*

Crédits photos : Adobe stock, iStock.

Membres du groupe de travail de l'Académie des technologies

Stéphane ANDRIEUX, Yves BAMBERGER, Alain BERNARD, Alain CADIX, Jean-Pierre CHEVALIER, Gérard CREUZET, Bruno DUBOST, Marc FLORETTE, Pascal FOURNIER, Philippe JAMET, Olivier HOUDÉ, Michel LAROCHE, Caroline LAURENT, Brigitte PLATEAU, Denis RANQUE, Christian SAGUEZ et Bernard TARDIEU, ainsi que Serge CATOIRE (membre du Conseil général de l'économie).

Avec le concours de Hélène LOUVEL, chargée de mission à l'Académie.

Remerciements

Les membres de l'Académie qui ont fourni les exemples où sont mis en lumière les apports des sciences, dont les mathématiques (annexe 1), sont ici remerciés.

MM. Jean-Pierre BOURGUIGNON, ancien directeur de l'Institut des hautes études scientifiques, et Pierre-Louis LIONS, lauréat de la médaille Fields, membre de l'Académie des technologies, sont remerciés pour leurs éclairages, de même que sept inspecteurs d'académie (IA-IPR) dans trois académies.